

Banco de México
Documentos de Investigación

N° 2023-13

Los Tres Factores Inteligibles de la Curva de
Rendimiento en México

Rocío Elizondo
Banco de México

Noviembre 2023

La serie de Documentos de Investigación del Banco de México divulga resultados preliminares de trabajos de investigación económica realizados en el Banco de México con la finalidad de propiciar el intercambio y debate de ideas. El contenido de los Documentos de Investigación, así como las conclusiones que de ellos se derivan, son responsabilidad exclusiva de los autores y no reflejan necesariamente las del Banco de México.

The Working Papers series of Banco de México disseminates preliminary results of economic research conducted at Banco de México in order to promote the exchange and debate of ideas. The views and conclusions presented in the Working Papers are exclusively the responsibility of the authors and do not necessarily reflect those of Banco de México.

Los Tres Factores Inteligibles de la Curva de Rendimiento en México*

Rocío Elizondo[†]
Banco de México

Resumen: En este documento se estiman para México los tres factores inteligibles de la curva de rendimientos considerados en Lengwiler y Lenz (2010), para el periodo 2001-2019. Estos factores se relacionan con las tasas de interés de distintos plazos y se identifican como el factor de largo, de corto y de curvatura. Los resultados más importantes destacan que, el factor de largo y de corto tienen su mayor peso en las tasas de más largo y corto plazos, respectivamente. Además, sus trayectorias están correlacionadas con la tasa a 10 años y la tasa de fondeo bancario, respectivamente. Por su parte, el factor de curvatura pesa más en las tasas de 3 meses a 2 años y su dinámica es similar a la expectativa de la tasa de corto plazo estimada para México. Así, este factor puede considerarse como un indicador de la expectativa de la política monetaria. Asimismo, los resultados encontrados para México son similares a los hechos estilizados que prevalecieron en las economías avanzadas de 1999 a 2010. Para una muestra extendida hasta 2021, los resultados se mantienen.

Palabras Clave: Factores inteligibles, curva de rendimientos, modelos estado-espacio.

JEL Classification: C13, C31, E43.

Abstract: This document estimates for México the three intelligible factors of the yield curve considered in Lengwiler and Lenz (2010), for the period 2001-2019. These factors are related to interest rates of different maturities and are identified as the long, short and curvature factors. The most important results highlight that the long and short factors have their greatest influence on the longest- and shortest-term rates, respectively. In addition, their trajectories are related with the 10-year rate and the bank funding rate. On the other hand, the curvature factor weighs most in the 3- to 24-months and its dynamics is similar to the expectation of the short-term rate estimated for Mexico. Thus, factor can be considered as an indicator of monetary policy expectations. Furthermore, the results found for México are similar to the stylized facts found for advanced economies from 1999 to 2010. For an extended sample until 2021, the results remain unchanged.

Keywords: Intelligible factors, yield curve, state-space models.

*Agradezco a Gabriel Cuadra, Julio Carrillo, Francisco Adame y tres dictaminadores anónimos del Banco de México por sus valiosos comentarios y sugerencias.

[†] Dirección General de Investigación Económica. Correo: melizondo@banxico.org.mx.

1. Introducción

Los modelos afines de la estructura temporal de las tasas de interés (ETTI) son útiles para estudiar, entre otras cosas, el comportamiento de la dinámica de la curva de rendimientos en el tiempo. Estos modelos permiten pronosticar las tasas de interés a diferentes horizontes, lo cual puede ser de utilidad para los inversionistas al evaluar estrategias óptimas de inversión. Asimismo, también se pueden analizar los mecanismos de transmisión de la política monetaria, en particular, cómo los movimientos de las tasas de corto plazo se ven reflejados en los niveles de las tasas de interés de más largo plazo. Más aún, este tipo de análisis es útil para saber cómo un cambio en la tasa de política monetaria se transmite a lo largo de la curva de rendimientos, lo que también está relacionado con el canal de tasas de interés. Los modelos afines también pueden ser útiles para extraer diferentes tipos de expectativas implícitas en la curva de rendimientos, como pueden ser expectativas de inflación, expectativas de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo, así como expectativas de liquidez, entre otras. Estos indicadores son importantes tanto para quienes estiman pronósticos de indicadores económicos como para la toma de decisiones de política monetaria, porque reflejan las perspectivas de los participantes de los mercados financieros sobre lo que piensan que sucederá en el futuro. Es decir, ayudan a entender el funcionamiento del canal de expectativas. Todo lo anterior hace muy relevante el análisis de la ETTI y los métodos empleados para estudiar su comportamiento.

Existe una amplia gama de estudios de la ETTI en la literatura que se pueden clasificar en dos grandes grupos. El primero corresponde a los modelos analíticos con soluciones cerradas, paramétricos, en los cuales se omite la condición de no-arbitraje entre las tasas de interés. Entre los exponentes más representativos están Vasicek, (1977), Cox, Ingersoll y Ross (1985), Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1995). En el segundo grupo están los modelos afines que sí incorporan la condición de no-arbitraje y consideran además la aversión al riesgo. Sus exponentes más representativos son Duffie y Kan (1996), Dai y Singleton (2000), Ang y Piazzesi (2003), entre otros.¹

¹ Para el caso particular de México, se tiene a Cortés y Ramos-Francia (2008a, 2008b), Cortés et al. (2008), Elizondo (2017), Aguilar et al. (2016, 2020) y Lelo-de-Larrea (2020).

Una de las características principales de los modelos afines es que la ETTI es explicada mediante un número pequeño de factores, los cuales pueden ser observados, latentes o una combinación de ambos. En general, el número óptimo de factores que ha documentado la literatura para explicar el comportamiento de la curva de rendimientos son tres: el “nivel”, la “pendiente” y la “curvatura”. Estos factores son representados por una combinación lineal de las tasas de interés de corto, mediano y largo plazos,² por lo que no son estadísticamente independientes entre sí. Por ejemplo, la pendiente se puede representar como la diferencia entre la tasa de interés de largo plazo y la correspondiente de corto plazo, mientras que el nivel se representa comúnmente como el promedio entre la tasa de interés de corto, mediano y largo plazos. Esto hace que las innovaciones de estos factores no sean mutuamente ortogonales.

Por ejemplo, en el caso en que los factores son observables en un modelo afín estándar, se estiman mediante el análisis de componentes principales, y por construcción estos factores son ortogonales. No obstante, no es posible identificar cómo un choque a alguno de estos factores afecta a los otros factores, porque las innovaciones de dichos factores están correlacionadas, es decir, estos no tienen una interpretación económica, solo se representan como nivel, pendiente y curvatura. Por otro lado, en el modelo de Nelson-Siegel (1987) también las innovaciones del nivel tampoco son independientes de aquellas de la pendiente, porque no son estadísticamente ortogonales. Así, estos modelos pueden ser utilizados para pronóstico, sin poder identificar cómo un choque a alguno de los factores afecta a los demás individualmente, debido a que están mutuamente correlacionados. Análogo al modelo afín con factores observables, los factores provenientes del modelo de Nelson-Siegel no tienen una interpretación económica.

Para caracterizar a la curva de rendimientos con factores que puedan ser interpretados, Lengwiler y Lenz (2010) desarrollaron un modelo de estado-espacio con dos ecuaciones. La primera es la ecuación de medida, que relaciona a las tasas de interés con los tres factores *inteligibles*, conocidos como el “factor de largo”, el “factor de corto” y el “factor de curvatura”. La segunda es la ecuación de transición y es representada por la dinámica de un

² Las tasas de interés de corto plazo son aquellas con vencimientos menores e iguales a un año, las tasas de interés de mediano plazo corresponden a las tasas mayores a un año y menores a 5 años. Mientras que las tasas de interés de largo plazo incluyen a las tasas con vencimientos de 5 años en adelante.

modelo de vectores autorregresivos (VAR) de estos factores. Es precisamente en esta ecuación de transición donde se construyen factores cuyas innovaciones sean ortogonales e independientes, transformando un modelo VAR de forma reducida a un modelo VAR estructural. En otras palabras, se imponen ciertas restricciones a los pesos de los factores, en la ecuación de transición, que permite a las innovaciones de los factores ser estadísticamente independientes y no correlacionadas. En particular, las restricciones que se imponen a los pesos de los factores son de tal forma que las innovaciones del factor de corto no están correlacionadas con las innovaciones de los otros dos factores. Análogamente, las innovaciones del factor de largo no están correlacionadas con los otros dos factores. Así, de estas restricciones se dota a los factores de una interpretación económica específica, por lo que se les denomina “factores *inteligibles*”. Esto contrasta con otros modelos de factores, como el modelo afín o el modelo de Nelson-Siegel, en donde las innovaciones de sus factores no son independientes. La interpretación que se les da a los factores *inteligibles* del modelo de Lengwiler y Lenz (2010) es la siguiente: el factor de “corto” y el factor de “largo” tienen una interpretación propia e independiente uno del otro. Es decir, el factor de corto explica en mayor medida a las tasas de más corto plazo, mientras que el factor de largo tiene su mayor contribución en aquellas de más largo plazo. En tanto, el factor de “curvatura”, se interpreta como un indicador adelantado del factor de corto y captura la dirección (y comunicación) de la postura de política monetaria en el mediano plazo. Cabe mencionar que este modelo no impone condiciones de no-arbitraje ni aversión al riesgo como los modelos afines tradicionales, tales como Duffie y Kan (1996), Dai y Singleton (2000), Ang y Piazzesi (2003), entre otros.

En un modelo afín tradicional o en el modelo de Nelson-Siegel, el factor nivel es el dominante por tener pesos relativamente constantes para todos los vencimientos de la curva de rendimientos.³ Mientras que, en el modelo de factores *inteligibles*, el factor de curvatura es el principal motor de la dinámica de la ETTI, que es capturado por el modelo VAR. En este sentido, el factor de curvatura es el factor dominante que afecta el cambio de la ETTI, a través de su influencia en los otros dos factores.

³ Para el caso de México, se pueden consultar Cortés et al. (2008), Elizondo (2017) y Lelo-de-Larrea (2020), quienes hacen un análisis de las componentes principales de la curva de rendimientos en México.

Lengwiler y Lenz (2014) analizan los factores *inteligibles* de tres países avanzados, EE.UU., Reino Unido y Japón, documentando algunos hechos estilizados para el periodo 1999-2010. Primero, el factor de largo tiene una relación muy pequeña con los otros dos factores que definen la curva de rendimientos. Segundo, las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar la dinámica de la estructura temporal de las tasas de interés. En particular, las innovaciones de este factor son el principal determinante del factor de corto. Y tercero, una gran proporción de varianza del factor de corto es explicada por el choque que tiene su origen en el espectro de la parte media de la curva.

En este documento se estiman los tres factores *inteligibles* de la curva de rendimientos en México para el periodo de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. El análisis de estos factores permitirá saber qué factor explica el comportamiento de la ETTI y se podrá estimar un indicador acerca de la expectativa del mercado sobre la tasa de política monetaria. Adicionalmente, mediante este análisis también se podrá conocer cómo responden las tasas de interés ante un choque al factor de corto o al factor de largo, así como la respuesta de la ETTI ante un choque a las expectativas de la tasa de corto plazo (factor de curvatura). Esto último puede ser de especial interés para los hacedores de política monetaria. Asimismo, mediante el estudio de estos factores y la relación entre ellos, es posible explorar tanto el canal de las tasas de interés de la política monetaria, como el canal de expectativas sobre las tasas de interés. La estimación se hace en dos pasos. Primero se estiman los factores *inteligibles* y sus respectivos pesos implementando el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos de México. Esto con el fin de investigar si el factor de corto contribuye más en explicar la dinámica de las tasas de más corto plazo y si el factor de largo determina en mayor medida la dinámica de las de más largo plazo. Además, se estudia si el factor de curvatura provee un indicador de las expectativas de la política monetaria en México. En un segundo paso, se analiza el impacto ante un choque de una unidad a las innovaciones de los factores *inteligibles* sobre estos mismos factores y sobre la curva de rendimientos en México. Para esto, se realiza un análisis de las funciones de impulso-respuesta de las innovaciones de los factores *inteligibles*, así como un análisis de varianza y descomposición histórica tanto para dichos factores como para las tasas de interés. Adicionalmente, se documenta si los hechos estilizados encontrados para economías avanzadas, en el periodo 1999-2010, son similares

para el caso de una economía emergente, como México.⁴ Finalmente, se realiza el mismo análisis con una muestra extendida a diciembre de 2021, la cual abarca parte de la pandemia de COVID-19, esto con la idea de analizar si hay un cambio importante en la evolución de estos factores y sus pesos, y verificar si los resultados se mantienen.

Los resultados más importantes son que el modelo de factores *inteligibles* se ajusta bien a los datos, con un error cuadrático medio menor a 0.07 para todas las tasas de interés involucradas en la estimación, lo que representa un error pequeño. Con respecto a los factores *inteligibles*, los pesos del factor de largo se ubican entre un valor de 0.04 para el vencimiento a 1 mes y aumentan hasta 0.7 para el vencimiento a 10 años. Esto sugiere que los movimientos en las tasas de interés de mayores plazos son mejor explicados por el factor de largo plazo. En contraste, los pesos del factor de corto empiezan en 1 para el vencimiento a 1 mes y decrece rápidamente, alcanzando un valor de 0.17 para el plazo a 6 meses y cero para los vencimientos de 2 años en adelante. Esto es, la dinámica de las tasas de interés de corto plazo está influida en mayor proporción por el factor de corto. En tanto, los pesos del factor de curvatura empiezan con un valor de 0.47 para el plazo a 1 mes, alcanzando su máximo de 0.84 para el vencimiento a 6 meses, y posteriormente, decrece lentamente para llegar al valor de 0.3 para el vencimiento a 10 años. Así, el factor de curvatura contribuye a explicar la dinámica de todas las tasas de interés, si bien influye más en las de corto y mediano plazos que en las de largo plazo.

Los pesos de los factores *inteligibles* encontrados para el caso de México son relativamente diferentes a los encontrados por Lengwiler y Lenz (2014) para las economías avanzadas. En particular, para el plazo a 10 años de la curva de rendimientos de EE.UU., el peso del factor de largo alcanza un valor por arriba de 0.7, mayor al encontrado para el caso de México. Sin embargo, los pesos del factor de corto comienzan en un valor menor a 0.8, más pequeño que el de México, y alcanza valores negativos para los vencimientos mayores o iguales a 1 año. Esto contrasta con el factor de corto de México, donde todos los pesos son positivos y los valores más pequeños son cercanos a cero. Los pesos del factor de curvatura son los que más difieren: comienzan en valores más pequeños que México, ubicados en 0.1, alcanzan su

⁴ No obstante, estos resultados deben ser tomados con cautela debido a que la comparación con los resultados obtenidos para economías avanzadas se lleva a cabo en periodos distintos. Esto, debido a que los resultados para las economías avanzadas pudieron haber cambiado en fechas más recientes.

máximo de la unidad entre los plazos de 1 y 2 años, y convergen a 0.2 para el plazo a 10 años. En contraste, en México el valor máximo y el plazo para este factor es menor, mientras que el nivel para el plazo a 10 años es mayor.⁵ Esto significa que, si bien los pesos de los factores entre México y las economías avanzadas pueden diferir entre los vencimientos, esto no cambia el hecho de que los factores *inteligibles* de la curva en México satisfacen las restricciones para que sus innovaciones sean ortogonales e independientes y, por lo tanto, estos factores tengan una interpretación económica.

Adicionalmente, mediante el análisis de las funciones de impulso-respuesta se encuentra que las innovaciones del factor de corto tienen efectos significativos, con una magnitud moderada, sobre el factor de largo. Esto sugiere que movimientos en la tasa de referencia de la política monetaria se traspasan en cierta medida a las tasas de largo plazo, lo cual ilustra el canal de tasas de interés de la política monetaria. Mientras que, si bien las innovaciones del factor de curvatura tienen efectos sobre los factores de corto y de largo, este es más importante y persistente sobre el factor de corto plazo. Ello sugiere que un choque en las expectativas de la política monetaria tiene efectos importantes y persistentes sobre las tasas de interés de más corto plazo, lo que también refleja la importancia del canal de expectativas.

Por otro lado, se encuentra que el factor de curvatura contiene información sobre las expectativas de la política monetaria en México. La dinámica de este factor sigue muy de cerca a la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo, como se estima en Aguilar et al. (2020). Así, el factor de curvatura puede ser considerado como un indicador prospectivo de la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el futuro y contribuye a explicar las variaciones de todas las tasas de interés, en particular, las de más corto plazo. Esto sugiere que el canal de expectativas es relevante para la transmisión de la política monetaria, ya que las variaciones en las expectativas sobre las tasas de interés son un factor significativo para explicar el comportamiento de las tasas de interés en el futuro.

Con respecto a si los hechos estilizados documentados por Lengwiler y Lenz (2014) son similares para México, hay que tomar la comparación con cautela. Primero, porque las muestras de estudio son diferentes, y segundo, porque estos hechos pudieron haber cambiado

⁵ Esta diferencia en nivel y plazo podría ser explicada porque las muestras utilizadas en ambos análisis son diferentes, o bien por las particularidades de cada mercado como puede ser la profundidad, liquidez de ciertos vencimientos, la volatilidad de las tasas de interés, entre otros.

en las economías avanzadas debido a que las tasas de interés tuvieron cambios significativos después de la crisis financiera global de 2008-2009. Tomando esto en consideración, se puede decir que al igual que las economías avanzadas para el periodo 1999-2010, en el caso de México para un periodo más reciente el factor de largo interactúa muy poco con los otros dos factores que definen la curva de rendimientos. Con respecto al segundo hecho estilizado, las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar la varianza de las tasas de interés para los plazos que van de 3 meses a 5 años, lo que coincide con el hecho estilizado para las economías avanzadas en dicho periodo. Asimismo, también es relevante para entender la dinámica de las tasas a 7 y 10 años, las cuales son explicadas en mayor proporción por las innovaciones del factor de largo. Esto difiere del hecho estilizado de las economías avanzadas, ya que el factor curvatura también explica en mayor proporción a las tasas de más largo en estas economías. Adicionalmente, respecto al tercer hecho estilizado, de que la varianza del factor de corto es principalmente descrita por las innovaciones del factor de curvatura, para el caso de México coincide con este hecho estilizado de las economías avanzadas.

Si bien las muestras para el análisis de las economías avanzadas y México son distintas, es importante destacar que en este último país se dieron muchos cambios importantes que mejoraron sus fundamentales, como por ejemplo, la adopción de un tipo de cambio flexible a mediados de los 90, la adopción de un esquema de objetivos de inflación en los años 2000, la implementación de la ley de responsabilidad fiscal y la reforma al sistema de pensiones en 2006, así como la entrada de México al Índice Bonos del Gobierno de Citigroup (WGBI, por sus siglas en inglés) en 2010, el cual sirve como referencia a fondos de inversión globales que compran deuda de largo plazo bien calificada. Lo anterior contribuyó a un crecimiento en la entrada de capitales al mercado de renta fija nacional, que ha ayudado a tener mercados financieros más profundos y líquidos, y así, los hechos estilizados observados en las economías avanzadas durante 1999-2010, también se pueden observar en un país emergente como México para un periodo más reciente.

Finalmente, para la estimación extendida considerando el periodo de diciembre de 2001 a diciembre de 2021, en el que se incluye parte de la pandemia de COVID-19, se encuentra que, si bien los pesos del factor de largo disminuyen y los pesos del factor de curvatura se

incrementan, en conjunto se compensan para que los resultados antes mencionados se conserven. Así, los resultados son robustos a diferentes muestras.

Cabe mencionar que el tipo de descomposición de la curva de rendimientos que se presenta en este documento ha sido poco estudiado en la literatura. En particular, se ha aplicado solo para las economías avanzadas, por lo que este documento contribuye a la literatura en ser el primero que estima y analiza el comportamiento de los factores *inteligibles* para las economías emergentes, y en particular, para el caso de México. Adicionalmente, esta estimación también se suma a la literatura que analiza a la prima por plazo, ya que el factor de curvatura puede considerarse como otra medida de la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo, la cual se puede usar en conjunto con otras medidas estimadas por los modelos de Kim y Wright (2005) y Adrian et al. (2013), y para el caso particular de México, por aquellas estimadas en Aguilar et al. (2020). Por último, contribuye al análisis del canal de expectativas y al canal de las tasas de interés del mecanismo de transmisión de la política monetaria.

El documento tiene la siguiente estructura. En la Sección 2 se presenta una breve revisión de la literatura acerca de los diferentes factores que existen de la curva de rendimientos y de los métodos y/o modelos para su estimación. En la Sección 3 se describe el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) que se aplicará para estimar los factores *inteligibles* de la curva de rendimientos en México. En la Sección 4 se muestran los datos involucrados en este estudio y se realiza un breve análisis de los factores observados y latentes de la curva de rendimientos que han sido estándares en la literatura para describir dicha curva. En la Sección 5 se estiman los pesos y los factores *inteligibles*, se analizan las funciones de impulso-respuesta de las innovaciones de dichos factores, se hace una descomposición de varianza e histórica para estudiar la contribución de cada factor sobre los otros factores y sobre la ETTI. Asimismo, se analiza si los hechos estilizados de los factores encontrados para México son similares a los que han sido documentados para las economías avanzadas. Además, se extiende todo el análisis hasta 2021, considerando parte del periodo de la pandemia. Finalmente, en la Sección 6 se dan algunas conclusiones y se mencionan algunas líneas de investigación futura.

2. Revisión de la Literatura

Los modelos afines han sido ampliamente utilizados en la literatura para estimar la estructura temporal de las tasas de interés. Mediante su dinámica de corte transversal, se puede explicar a las tasas de interés a diferentes vencimientos simultáneamente con los mismos factores, cuyos pesos van cambiando de acuerdo al vencimiento de dichas tasas, esto aunado a una dinámica de vectores autorregresivos que siguen dichos factores. Cabe mencionar que los factores pueden ser observados, latentes o una combinación de ambos. Los primeros pueden ser estimados mediante el método de componentes principales o por el modelo de Nelson-Siegel (1987), lo que hace la estimación de los parámetros del modelo más simple. Por otro lado, los factores latentes son estimados simultáneamente con los parámetros del modelo vía el filtro de Kalman, lo que hace a la estimación más compleja.⁶

La forma y la cantidad en que se definen estos factores depende de lo que se quiera estimar. Por ejemplo, si lo que se desea es pronosticar a las tasas de interés a diferentes vencimientos, lo más común en la literatura es considerar tres factores, estimados de las mismas tasas de interés, que corresponden al nivel, pendiente y curvatura de la curva de rendimientos.⁷ Asimismo, si lo que se desea es extraer información de expectativas de los instrumentos financieros, como puede ser estimar los dos componentes de las tasas de interés de largo plazo, es decir, la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo y la prima por plazo, se utilizan también estos tres mismos factores.⁸ En el caso en que se quieran estimar las expectativas de inflación y la prima por riesgo inflacionario, se puede utilizar una combinación de dos factores latentes y uno observado, en el cual los factores latentes corresponden al nivel y la pendiente de la curva de rendimientos, mientras que el factor observado corresponde a la inflación.^{9,10}

⁶ Ver Dai y Singleton (2000); Ang y Piazzesi (2003); Christensen et al. (2007); Sethi Rishab (2008).

⁷ Ver por ejemplo a Mönch (2005); Diebold y Li (2006); De Pooter et al. (2010); Yu y Zivot (2011); Faveloet al. (2012); para el caso particular de México se pueden consultar a Elizondo (2017) y Lelo-de-Larrea (2020).

⁸ Ver Kim y Wright (2005); Kim y Orphanides (2007); Rudebusch et al. (2007); Swanson (2007); Adrian, et al. (2013); Baueret al. (2014); Benson (2014); Bernanke (2015); BIS (2017); Blake et al. (2015); Ceballos et al. (2014); Claro y Moreno (2015); Li et al. (2017); para el caso de México se puede consultar Aguilar et al. (2020).

⁹ Ver por ejemplo a Adrian y Wu (2010); Hördahl y Tristani (2007); Ravenna y Seppälä (2007); Gimeno y Marques (2009); Melo y Granados (2010); para el caso de México se puede consultar a Aguilar et al. (2016).

¹⁰ Cabe mencionar que para el caso de México en Cortés y Ramos-Francia (2008a) se documenta que al menos el 95% de la variación de la curva de rendimientos es explicada por 2 factores, el nivel y la pendiente.

Como se observa, cualquiera de los factores mencionados arriba no tiene una interpretación económica. Solamente resumen la información común de toda la estructura temporal de las tasas de interés. No obstante, algunos documentos han tratado de relacionar los factores de nivel, pendiente y curvatura con algunas variables macroeconómicas. Por ejemplo, Wu (2005) utiliza un modelo afín estándar con factores latentes y encuentra que el factor pendiente puede explicarse por choques exógenos de política monetaria, mientras que el factor nivel está estrechamente relacionado con los choques de tecnología. Dewachter y Lyrio (2006) usan un modelo afín extendiendo los factores antes mencionados para incluir expectativas de inflación de largo plazo. Así, encuentran que el factor nivel representa la expectativa de inflación de los agentes en el largo plazo, el factor pendiente captura las condiciones del ciclo económico y el factor curvatura se relaciona con una política monetaria independiente. Para el caso de México, Cortés y Ramos-Francia (2008a) y Cortés et al. (2008) utilizan un modelo afín con tres factores observados para documentar que el factor nivel explica gran parte de la varianza de la parte larga de la curva de rendimientos. En contraste, el factor pendiente explica gran proporción de la varianza de la parte corta de dicha curva. Adicionalmente, muestran que el nivel está relacionado positivamente con las expectativas de inflación en el largo plazo y que la pendiente está asociada negativamente con la tasa de interés de corto plazo.

Otros documentos han buscado relacionar a las tasas de interés con algunas variables macroeconómicas. Por lo que para poder tener una mejor idea de cómo se relacionan estas, se combinan los tres factores antes mencionados con algunas variables macroeconómicas. Por ejemplo, Vargas (2005) usa un modelo afín extendido con factores macroeconómicos y fiscales con datos para Filipinas y documenta que la tasa de política monetaria tiene un efecto significativo en las tasas de interés de largo plazo, mientras que los choques de la inflación y de la política monetaria tienen un mayor impacto en su volatilidad. En el caso de las tasas de interés de corto plazo, estas son afectadas por aquellas de largo plazo, además de que los choques al tipo de cambio y al déficit fiscal impactan su volatilidad. Para el caso de las tasas de interés de mediano plazo, la inflación, el tipo de cambio y la morosidad impulsan significativamente estas tasas y los choques a estas variables explican su volatilidad.¹¹ Fair

¹¹ Análogamente, Dai y Pilippon (2005) mediante un modelo afín extendido solo con factores fiscales para EE.UU., encuentran que los déficits gubernamentales afectan a las tasas de interés de largo plazo.

(2008) considera un modelo afín extendido con variables macroeconómicas para EE.UU. y encuentra que la tasa de largo plazo reacciona a las sorpresas de precios y a los anuncios de desempleo. Para el caso de México, Cortés y Ramos-Francia (2008b) utilizan un modelo afín extendido con variables macroeconómicas y encuentran que choques con efecto persistente sobre la inflación afectan el nivel de la curva de rendimientos. A su vez, las expectativas de la tasa de interés de corto plazo y la primas por riesgo afectan la parte media y larga de dicha curva. Además, un choque positivo de demanda provoca un incremento en la parte corta de la curva, por lo que esta se aplana.

Más recientemente, Shareef y Shijin (2017) estiman un modelo afín extendido con variables macroeconómicas y fiscales para la India y muestran que las tasas de corto plazo son explicadas principalmente por el déficit fiscal, mientras que las tasas de largo plazo se ven afectadas por revisiones de los participantes del mercado a sus expectativas de tasas de interés. Además, el crecimiento del producto es explicado principalmente por las tasas de largo y de corto plazos, mientras que las fluctuaciones del tipo de cambio tienen un papel importante en el déficit fiscal. Abbritti et al. (2018), mediante un modelo afín con una dinámica FAVAR para los factores y aplicando el método de panel de curvas de rendimiento internacionales, muestran que factores globales explican alrededor del 80% de las primas por plazo en las economías avanzadas, lo que a su vez, también explica la dinámica de las tasas de interés de largo plazo. En contraste, los factores internos son más relevantes para explicar a las tasas de interés de corto plazo. Nava (2019), usando un modelo afín extendido con factores macroeconómicos para Brasil, documenta que variables como la inflación, la actividad real y el tipo de cambio juegan un papel importante en explicar la dinámica de la curva de rendimiento en dicho país.

Si bien los factores utilizados en los modelos antes mencionados están relacionados con el nivel, la pendiente y la curvatura, estos ayudan a ajustar bien a la curva de rendimientos. Además, añadir factores macroeconómicos o fiscales también ayuda a entender de mejor manera cómo estos afectan el comportamiento de los diferentes plazos de las tasas de interés. Ahora, si se quisiera saber ¿cómo un choque en la tasa de interés de corto o de largo plazo se propaga a través de toda la curva de rendimientos?, con ninguno de los modelos afines antes mencionados se podría contestar la pregunta. Esto, debido a que los factores están correlacionados entre sí, por ejemplo, la pendiente depende de la tasa de interés de largo y

de corto plazo, mientras que el nivel depende del promedio de las tasas de interés de corto, mediano y largo plazos. Algo similar pasa con la curvatura, que puede ser representada como una combinación lineal de los 3 plazos antes mencionados. Así, para analizar choques en los factores, es importante que estos sean independientes y no correlacionados para poderles dar una interpretación económica. Con este fin nacen los factores *inteligibles* de Lengwiler y Lenz (2010), quienes desarrollan un modelo de tres factores que satisfacen las características antes mencionadas. Los autores imponen ciertas restricciones a los factores que les permiten pasar de una estimación de un VAR estándar a la estimación de un VAR estructural entre estos factores, lo que permite hacer a las innovaciones de estos factores ortogonales, independientes y no correlacionadas, y poder así tener una interpretación económica de dichos factores. Con esto en mente, se puede llevar a cabo un análisis de choques entre estos factores, mediante el uso de funciones de impulso-respuesta, y estudiar su propagación sobre la curva de rendimientos.

Bech y Lengwiler (2012), utilizando el modelo de factores *inteligibles* de Lengwiler y Lenz (2010), estudian cómo la dinámica de la curva de rendimientos en EE. UU. cambió durante el periodo de 1998 a 2011. Por ejemplo, documentan que la crisis financiera global representó un período de elevada volatilidad cuando la Reserva Federal alcanzó el límite inferior de cero en su tasa de interés de referencia. En particular, este límite suprimió la volatilidad en el extremo corto de la curva de rendimientos, mientras que aumentó la volatilidad en el extremo largo, a pesar de la menor volatilidad observada en los mercados financieros. Asimismo, también encuentran que los anuncios con respecto a las compras de activos a gran escala de la Reserva Federal redujeron los rendimientos de largo plazo. Adicionalmente, cuantifican el efecto de las noticias económicas, como aquellas referentes a la nómina no agrícola, en la curva de rendimientos.

En tanto, Lengwiler y Lenz (2014) estiman y comparan los factores *inteligibles* de tres países avanzados: EE.UU., UK y Japón. En particular, documentan algunos hechos estilizados para estos países: i) el factor de largo interactúa muy poco con los otros dos factores que definen la curva de rendimientos; ii) las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar la dinámica de la estructura temporal y, principalmente, las innovaciones del factor de corto; iii) una gran proporción de varianza del factor de corto es explicada por el choque que tiene su origen en el espectro de la parte media de la curva; y iv) parece haber un

factor de largo común internacionalmente para las economías avanzadas analizadas. En cambio, los factores de curvatura y los factores de corto son internacionalmente más heterogéneos.

En este contexto, en este documento se estiman los tres factores *inteligibles* de la curva de rendimientos mexicana para dos muestras, de diciembre de 2001 a diciembre de 2019 y la segunda extendida a 2021. Esto, con el fin de analizar si dichos factores cambiaron cuando se incluye parte del periodo COVID-19 en la segunda muestra. Adicionalmente, se desea documentar cuál de los hechos estilizados para los factores *inteligibles* de las economías avanzadas, que se encontraron para el periodo 1999-2010, se cumplen para una pequeña economía abierta como es México. Antes de hacer esto, primeramente, se describirá el modelo de los factores *inteligibles*.

3. El Modelo con Factores *Inteligibles*

El modelo de Lengwiler y Lenz (2010) consiste de dos pasos: primero, se construye un modelo de factores interpretables para la curva de rendimientos en un punto en el tiempo. Segundo, se observa la evolución común de los factores en el tiempo y se impone una estructura dinámica la cual hace a los factores *inteligibles*.

3.1 El Modelo de Factores Interpretables de Lengwiler y Lenz (2010)

Siguiendo la notación de los autores, se utilizan dos modelos de factores relacionados para la curva de rendimientos. Sean los factores $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_F]'$ un vector columna F-dimensional, m el vencimiento y $y(m) = [y_1(m), \dots, y_F(m)]$ los pesos de los factores como una función F-dimensional, tal que satisface:

$$y_i(m) = \begin{cases} -\frac{1 - \alpha_i^m}{m}, & \text{si } m > 0, \\ \log(\alpha_i), & \text{si } m = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Con $0 < \alpha_i < 1$, para todo $i \in \{2, \dots, F\}$ y $y_1(m) = 1$ para toda m . Los pesos representados por y_i son funciones cóncavas, monótonas y continuas que dependen de los vencimientos con valores negativos que convergen a cero cuando $m \rightarrow \infty$. Los parámetros α miden la curvatura de los pesos. Así, la curva de rendimientos al tiempo t está descrita por:

$$r_t = y\theta_t + \epsilon_t = \hat{r}_t + \epsilon_t, \quad (2)$$

donde ϵ_t es un choque idiosincrásico y \hat{r}_t es el componente sistemático. Se considera el caso de 3 factores, es decir $F=3$, de tal forma que \hat{r}_t queda definida explícitamente como:

$$\hat{r}_t = \theta_{1,t} + y_2\theta_{2,t} + y_3\theta_{3,t} + \epsilon_t. \quad (3)$$

Hasta este momento, los factores θ no son *inteligibles* ya que son difíciles de interpretar, esto debido a que sus innovaciones siguen estando correlacionadas. Por otra parte, no existe nada que garantice que las innovaciones en θ sean mutuamente ortogonales. Así, para que se cumplan las condiciones de interpretabilidad y ortogonalidad, considérese una transformación de θ tal que $\phi = B\theta$, y se definen los pesos correspondientes como $k(m) = y(m)B^{-1}$ con B invertible, por lo que $\hat{r} = k\phi$. Se tiene que elegir B de tal forma que los factores transformados ϕ sean interpretables y las innovaciones de dichos factores sean ortogonales. Para ello, se considera el factor ϕ_1 como la tasa de largo plazo y ϕ_2 como la tasa de corto plazo con las restricciones:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} k(m) = [1 \ 0 \ 0] \quad y \quad \lim_{m \rightarrow 0} k(m) = [0 \ 1 \ 0].$$

Las restricciones indican que el primer factor, ϕ_1 , es afectado solamente por cambios en las tasas de más largo plazo (cambios del rendimiento con vencimiento infinito). Mientras que el segundo factor, ϕ_2 , es afectado por cambios en las tasas de más corto plazo (cambios en el rendimiento con vencimiento cero), lo que hace que los factores sean independientes uno de otro.

Si, además, se considera la restricción de $0 < \alpha_i < 1$, entonces por las ecuaciones (1) y (3) se tiene que:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \hat{r}(m) = \theta_1 \quad y \quad \lim_{m \rightarrow 0} \hat{r}(m) = \theta_1 + \theta_2 \log(\alpha_2) + \theta_3 \log(\alpha_3).$$

De esta forma, B está formada por la siguiente matriz:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \log(\alpha_2) & \log(\alpha_3) \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}.$$

Los parámetros dentro de $\beta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]$ determinan la combinación lineal de los factores θ que generan el tercer factor ϕ_3 , el cual es construido de tal forma que puede ser interpretado como el factor de curvatura. Las restricciones sobre los pesos de los dos primeros factores hacen que el peso del tercer factor ϕ_3 converja cuando el vencimiento tienda a cero o a infinito. Además, se normaliza β de tal forma que el peso de ϕ_3 ($\max_m k_3(m)$) sea la unidad. Esto implica que el tercer factor comienza en cero, alcanza la unidad en algún vencimiento intermedio y converge asintóticamente hacia cero.

La matriz B contiene cinco parámetros, de los cuales uno es usado para la normalización de los pesos del tercer factor; tres de ellos son utilizados para asegurarse de que las innovaciones de los factores transformados son ortogonales; lo que deja un coeficiente libre para el ajuste de las tasas de interés.

Para definir las innovaciones de los factores, se necesita conocer la matriz de varianza-covarianza de los factores transformados. Para ello, se considera que los factores originales θ_t están determinados mediante un proceso VAR(p), tal que:

$$\theta_t = A_0 + A_1\theta_{t-1} + A_2\theta_{t-2} + \dots + A_p\theta_{t-p} + \vartheta_t. \quad (4)$$

Donde $\Omega = E[\vartheta_t\vartheta_t']$ es la matriz de varianza-covarianza de los residuales. En esta especificación no existe nada que garantice que los residuales sean independientes, es decir que Ω sea diagonal. Para ello, hay que aplicar la transformación $\phi = B\theta$ a la ecuación (4), de tal forma que el VAR de forma reducida sea transformado en un VAR de forma estructural. Así, este último queda como:

$$B\theta_t = BA_0 + BA_1B^{-1}B\theta_{t-1} + BA_2B^{-1}B\theta_{t-2} + \dots + BA_pB^{-1}B\theta_{t-p} + B\vartheta_t.$$

Definiendo $D_0 = BA_0B^{-1}$, $D_i = BA_iB^{-1}$, para $i = 1, \dots, p$ y $u_t = B\vartheta_t$, el VAR(p) de forma reducida de la ecuación (4), con los factores transformados, queda como un VAR(p) estructural de la siguiente forma:

$$\phi_t = D_0 + D_1\phi_{t-1} + D_2\phi_{t-2} + \dots + D_p\phi_{t-p} + u_t. \quad (5)$$

Esta representación garantiza que las innovaciones u_t sean mutuamente ortogonales a través de la elección de la matriz B . Por lo tanto, éstas pueden tener una interpretación estructural como las innovaciones de los factores de largo, de corto y de curvatura. La matriz de varianza-covarianza de u_t es igual a $B\Omega B'$ y tiene la forma:

$$B\Omega B' = \begin{bmatrix} \Omega_{1,1} & z\Omega_1 & \beta\Omega_1 \\ z\Omega_1' & z\Omega z' & \beta\Omega z' \\ \beta\Omega_1' & \beta\Omega z' & \beta\Omega\beta' \end{bmatrix}.$$

Donde $z = [1, \log(\alpha_2), \log(\alpha_3)]$ y Ω_i denota la i -ésima columna de Ω y $\beta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]$. La ortogonalidad requerida de las innovaciones hace que $B\Omega B'$ sea diagonal, lo cual se deriva de las tres restricciones antes impuestas a los parámetros dentro de α y β .

3.2 Algoritmo para Resolver el Modelo de Factores *Inteligibles*

De acuerdo a Lengwiler y Lenz (2010), el modelo de factores *inteligibles* puede verse como un modelo de espacio estado dado por la ecuación de medida:

$$r_t = AX_t + \varepsilon_t, \quad (6)$$

con la ecuación de transición:

$$X_t = HX_{t-1} + c + \eta_t. \quad (7)$$

La ecuación de transición representa la dinámica del VAR. El vector $r_t = [r_t^{1m}, r_t^{3m}, \dots, r_t^{1a}, \dots, r_t^{10a}]$ representa a las tasas de interés a diferentes vencimientos. La matriz A incluye los pesos de los factores contenidos en X_t , que dependen de las α_i . La matriz H contiene los coeficientes del VAR, con la matriz de varianza-covarianza Ω en $E[\eta_t\eta_t']$.

Cuando los factores son no observables, es decir estos son latentes, la forma más eficiente de resolver este tipo de modelos es mediante el filtro de Kalman.¹² Sin embargo, el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) impone un conjunto de restricciones no lineales a algunos parámetros, esto debido a que el VAR de los factores contiene un gran número de parámetros,

¹² Para más detalles de cómo funciona el filtro de Kalman, se puede consultar a Welch y Wishop (2006).

lo que hace la maximización de la función de verosimilitud en un filtro de Kalman complicado de estimar. Para evitar esto, los autores proponen un algoritmo con la idea de estimar primero la mayoría de los parámetros, para posteriormente encontrar el factor óptimo que ajuste a las tasas de interés mediante el filtro de Kalman. Para ello, se llevan a cabo los siguientes pasos:

1. Se proponen ϕ_2 y ϕ_3 tal que $0 < \alpha_i < 1$.
2. Se estima θ por mínimos cuadrados ordinarios (OLS en inglés) tal que

$$r_t = \theta_{1t} + \alpha_2 \theta_{2t} + \alpha_3 \theta_{3t} + \varepsilon_t.$$

3. Se estima el VAR(p) para θ

$$\theta_t = \sum_{i=1}^p \Gamma_i \theta_{t-i} + v_t \text{ con } v_t \sim N(0, \Omega)$$

con Ω - la matriz de varianza-covarianza simétrica.

4. Si $z\Omega_1 = 0$ continuar al siguiente paso, sino regresar a paso 1 y proponer otra ϕ_3 .
5. Si $z\Omega_1 = 0$, entonces calcular β tal que

$$\beta\Omega_1 = 0 \text{ y } \beta\Omega z' = 0,$$

o bien resolver el sistema de ecuaciones

$$\beta_1 \Omega_{11} + \beta_2 \Omega_{21} + \beta_3 \Omega_{31} = 0,$$

$$\beta_1 \Psi_{11} + \beta_2 \Psi_{21} + \beta_3 \Psi_{31} = 0.$$

Con $\Psi_{11} = (\Omega_{11} + k_1 \Omega_{12} + k_2 \Omega_{13})$, $\Psi_{21} = (\Omega_{21} + k_1 \Omega_{22} + k_2 \Omega_{23})$ y $\Psi_{31} = (\Omega_{31} + k_1 \Omega_{32} + k_2 \Omega_{33})$. Así como con $k_1 = \log(\alpha_2)$ y $k_2 = \log(\alpha_3)$.

6. Calcular $B\Omega B'$ con

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & \log \alpha_2 & \log \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{bmatrix}.$$

- a) Si $B\Omega B'$ es diagonal se va al paso 7.
- b) Si no es diagonal se cambia α_2 en paso 1 y se reestiman los pasos del 1 al 6.

7. Finalmente, se estima el filtro de Kalman con los resultados de los parámetros obtenidos del VAR, β , α_2 y un candidato de α_3 . Este último parámetro es el que se va a maximizar en el filtro de Kalman junto con los factores θ que dentro del filtro serán consideradas variables no observables a ser estimadas.

4. Datos

Para la estimación del modelo de factores *inteligibles* se usan las tasas de interés de bonos cupón cero en frecuencia diaria, del 2 de diciembre de 2001 al 31 de diciembre de 2019, para los vencimientos de 1, 3, 6, 12, 24, 36, 60, 84 y 120 meses.¹³ Se consideró la muestra hasta 2019 con la idea de eliminar el periodo de la pandemia y evitar que los parámetros estimados estuvieran contaminados. Esto, principalmente por el efecto de la falta de liquidez y/o volatilidad extrema en el mercado financiero mexicano que se observó en algunos periodos durante la pandemia.¹⁴ Cabe mencionar que en la Subsección 5.6 se presenta una estimación extendida hasta 2021, esto con el fin de analizar el posible efecto que pudo tener la pandemia en los factores *inteligibles*.¹⁵

En la Figura 1 se presentan las series de datos de las tasas de interés utilizadas en el análisis, así como las curvas de rendimientos promedio para diferentes periodos. De la banda gris de la gráfica de la derecha de esta Figura se observa que, las tasas de interés con vencimientos de entre 1 mes y 2 años, se han movido en promedios de entre 3% y 9%, mientras que aquellas de plazos de entre 5 y 7 años, han rondado en promedios de entre 5% y 10%. Además, la tasa de interés a 10 años ha fluctuado en un intervalo más estrecho de entre 6% y 10%.

¹³ Los datos fueron obtenidos de Valmer. Cabe mencionar que las tasas cupón cero de este proveedor son construidas utilizando tasas de interés simple, por lo que se hace una transformación a los datos para construir las tasas equivalentes compuestas continuamente. Esto con el fin de que sean consistentes con las tasas cupón cero que se utilizan en la literatura de modelos afines.

¹⁴ Si bien en la crisis financiera global de 2008-2009, las tasas de interés en México no se incrementaron, sino por el contrario fue a partir de este periodo cuando estas comenzaron a disminuir, derivado de los mayores flujos de capital que ingresaron a las economías emergentes y, en particular al país. Esto, debido al límite inferior de cero que alcanzaron las tasas de interés de referencia en las economías avanzadas, ver por ejemplo Carrillo et al. (2018). Por lo que, este periodo no afecta a la estimación de los factores *inteligibles*. No obstante, durante la pandemia de COVID-19 se generaron choques de oferta, de demanda y financieros que tuvieron efectos importantes y no previsibles sobre la economía mexicana. Si bien el mayor efecto pudo verse reflejado en las variables reales, es importante mencionar que, también se observó una alta volatilidad en los mercados financieros, que pudo generar un problema de liquidez en estos, y, en particular, sobre las tasas de interés. Bajo este contexto, se decidió quitar el periodo de la pandemia de la estimación base de este documento para evitar distorsiones en los parámetros estimados del modelo. Sin embargo, más adelante se considerará parte del periodo de la pandemia, esto con el fin de analizar si esta tuvo algún efecto sobre los factores *inteligibles* y sus pesos.

¹⁵ Se consideró la estimación extendida hasta 2021, para evitar el efecto que pudiera tener la guerra entre Rusia-Ucrania sobre los mercados financieros, y en particular sobre las tasas de interés, lo que podría abonar a mayor incertidumbre en la estimación de los parámetros del modelo que la que pudo haber producido la pandemia.

Adicionalmente, en el Cuadro A.1 del Anexo 1 se presentan algunas estadísticas de dichas tasas. En particular, para el periodo diciembre de 2001 a diciembre de 2019, el promedio de las tasas de interés se encuentra en 6% para las tasas de más corto plazo (menores o iguales a un año) y 8% para aquellas de mayor plazo. Si bien a simple vista puede verse mayor volatilidad en las tasas de interés de mayores plazos, sus desviaciones estándar son mayores en aquellas de más corto plazo, las cuales tienen una desviación estándar de alrededor de 1.9%, mientras que las correspondientes a mayores plazos tienen una desviación estándar de alrededor de 1.6%. Los coeficientes de autocorrelación indican que la dinámica de las tasas de interés pareciera seguir un proceso autorregresivo AR(1), ya que muestran una alta persistencia. Adicionalmente, la correlación contemporánea entre las tasas de interés es muy alta, por arriba de 90% entre las tasas de corto plazo y entre las tasas de más largo plazo. Esta correlación va disminuyendo si se compara la correlación entre las tasas de más corto plazo y aquellas de más largo plazo, por ejemplo, la correlación entre la tasa de interés a 1 mes y aquella a 10 años es de alrededor del 70%.¹⁶ Cabe mencionar que, si se aplican las pruebas de raíces unitarias, tanto conjuntas como individuales, a las series de las tasas de interés, se observa que ambas especificaciones son rechazadas para diferentes tipos de pruebas. Esto quiere decir que las tasas de interés son estacionarias, ver Cuadro A.2 en el Anexo 1.¹⁷

La gráfica de la izquierda de la Figura 1 muestra que, las tasas de interés en todos sus plazos tuvieron decrementos importantes después de la crisis financiera global de 2008-2009. A partir del “*taper tantrum*”, aquellas de corto plazo siguieron disminuyendo a sus niveles mínimos históricos durante 2014-2015. En contraste, aquellas de mayor plazo se incrementaron debido a la descompresión de algunas primas por plazo que causó este evento y permanecieron en niveles altos. A partir de 2016 y hasta agosto de 2019, hubo un ciclo de apretamiento monetario, derivado principalmente de la liberalización de los precios de la gasolina que se dio a principios de 2016, algunos choques de demanda, la normalización de la política monetaria de EE.UU., entre otros eventos. Esto llevó a que todas las tasas de interés

¹⁶ Todas las estadísticas están disponibles en el Cuadro A.1 del Anexo 1.

¹⁷ El que las tasas de interés estén correlacionadas y sean estacionarias permite el uso del modelo VAR para capturar las relaciones entre ellas. Cabe mencionar que dicha relación entre estas tasas será resumida o capturada en los factores *inteligibles*. Asimismo, el que las tasas de interés sean estacionarias garantiza que el sistema tenga solución y que esta no sea espuria. La estacionariedad también garantiza que las tasas tengan memoria finita, es decir, los rezagos tienen menor peso en explicar el comportamiento del valor actual o contemporáneo de las tasas de interés entre más alejados se encuentren. En este contexto, el primer rezago es el de mayor peso para explicar la dinámica contemporánea de las tasas de interés.

se incrementaran en dicho periodo, si bien las de corto plazo más que aquellas de largo plazo.¹⁸ Derivado de la pandemia y por los efectos de diversos choques -como fueron choques de oferta, de demanda y el financiero- que la economía mexicana ha venido enfrentando, las tasas de interés en todos sus plazos disminuyeron durante 2020.¹⁹ Sin embargo, en 2021 las tasas de interés en todos sus plazos se incrementaron, esto debido a que los efectos de los choques antes mencionados no habían terminado de disiparse, lo que continuo causando incertidumbre. Esto adicionado al aumento en las tasas de interés internacionales, al aumento considerable que tuvo la inflación en México en dicho año derivó en apretamientos monetarios e incrementos en las expectativas de inflación de corto plazo.

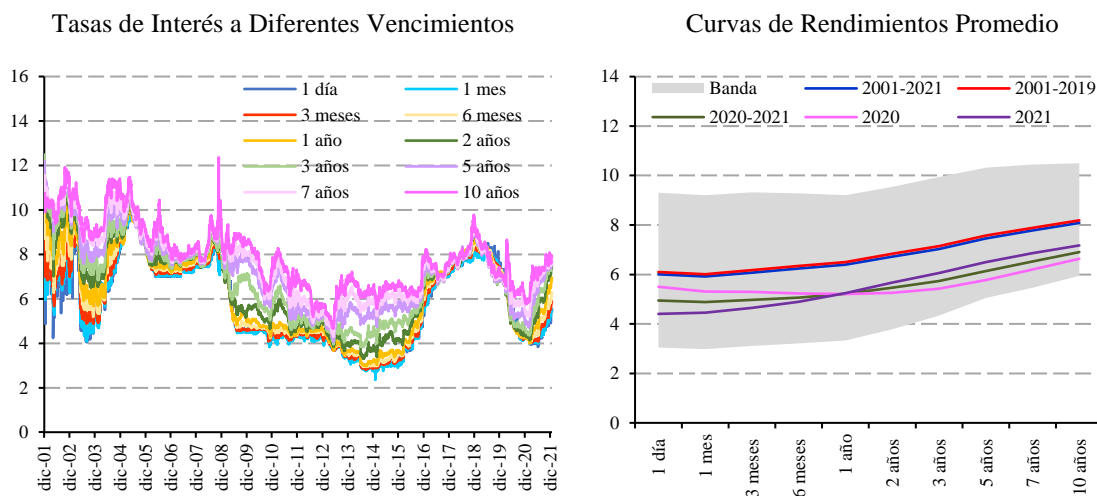
Con respecto a las curvas de rendimientos (gráfica de la derecha de la Figura 1), se observa que la curva promedio de 2001- 2019 (línea roja) y la correspondiente a 2001-2021 (línea azul) tienen una estructura similar, así que uno esperaría que las estimaciones de ambos periodos fueran relativamente similares. Sin embargo, la curva correspondiente al periodo 2020-2021 (línea verde), se desplazó hacia abajo y fue más grande en magnitud para los plazos mayores a un año, por lo que es importante analizar si este efecto tiene algún cambio sobre la estimación de los factores *inteligibles* en este último periodo. La sombra gris, corresponde al área en la cual se han movidos las curvas de rendimiento anuales en el periodo que abarca la muestra de 2002 a 2021.²⁰

¹⁸ Se puede consultar Aguilar et al. (2020) para más detalles del comportamiento de las tasas de interés durante el periodo 2004-2019.

¹⁹ Para más detalles de estos choques se pueden consultar los Informes Trimestrales de 2021 del Banco de México en la siguiente liga: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-trimestrales/informes-trimestrales-precios.html>.

²⁰ Existen algunos hechos estilizados de la curva de rendimientos, entre ellos se tienen: i) cuando los rendimientos de los bonos con vencimiento de más largo plazo tienden a ser mayores que los rendimientos de los bonos con vencimientos de más corto plazo, esto genera una curva de rendimientos cóncava hacia arriba, que es la más estándar, y son las que se observan en la gráfica de la derecha de la Figura 1; ii) en caso contrario, cuando los rendimientos de los bonos de corto plazo son más altos que los rendimientos de los bonos de más largo plazo, la curva de rendimientos correspondiente será cóncava hacia abajo, también conocida como curva invertida; iv) para el caso en que los rendimientos de los bonos de corto y largo plazo sean iguales, se tendrá una curva de rendimientos plana; y iv) los rendimientos de los bonos de corto plazo tienden a ser más volátiles que los rendimientos de los bonos de más largo plazo, como se observa en el Cuadro A.1 en el Anexo 1.

Figura 1. Las Tasas de Interés a Diferentes Plazos y las Curvas de Rendimientos para Diferentes Periodos



Nota: Las tasas de interés corresponden a las tasas de bonos cupón cero compuestas. La banda en las curvas de rendimiento (gráfica de la derecha) corresponde a los valores de los promedios anuales máximos y mínimos para cada vencimiento, considerando la muestra de 2002 a 2021. No se consideró 2001 porque solo contiene un mes y no es representativa del promedio anual.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

4.1 Diferentes Formas de Estimar los Factores de las Tasas de Interés

Como se mencionó en la introducción y en la revisión de la literatura, existen diferentes formas de estimar los factores de las tasas de interés, entre los más comunes están: i) el método de Nelson-Siegel; ii) el método de componentes principales, estos dos métodos son utilizados para obtener los factores observados que se incluyen en un modelo afín; y iii) el método de filtro de Kalman, con el que se obtienen los factores latentes o no observados, también utilizados en un modelo afín, en el que se estiman al mismo tiempo los parámetros del modelo y estos factores.

Como se observa en la Figura 2, los tres factores principales de las tres metodologías aquí analizadas están altamente correlacionados con diferentes combinaciones lineales de las tasas de interés, que corresponden a los factores empíricos, llamados nivel, pendiente y curvatura de la curva de rendimientos. El primer factor (F1, gráficas superiores) está correlacionado entre el 76% y 99% con el nivel empírico de la curva de rendimientos, dependiendo del método. El segundo factor (F2, gráficas intermedias) está correlacionado entre el 67% y el 99% con la pendiente empírica de la curva de rendimientos. Mientras que el tercer factor (F3, gráficas inferiores) está correlacionado entre el 57% y el 78% con la curvatura empírica de

la curva de rendimientos. Las correlaciones más altas se obtienen con el método de componentes principales, mientras que las correlaciones más bajas se obtienen con el método del filtro de Kalman.

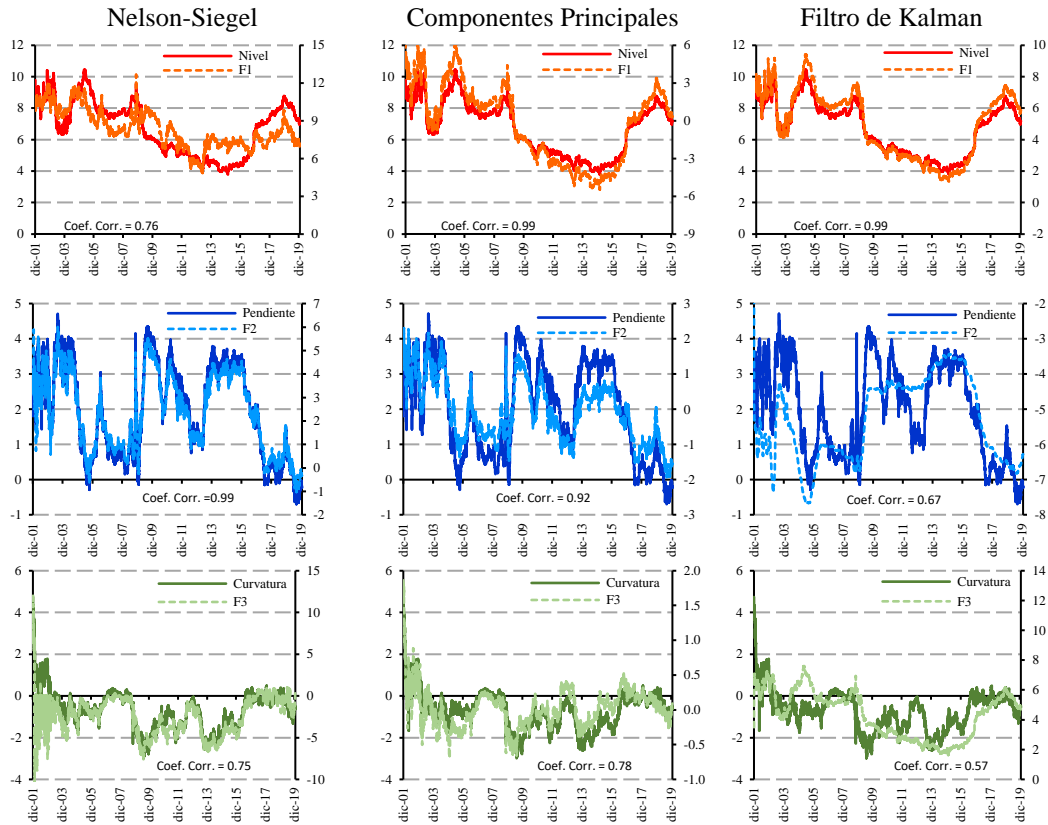
Por un lado, se observa de la Figura 2 que los factores pueden estar muy correlacionados entre sí, debido a que provienen de combinaciones lineales de las propias tasas de interés. Por otro lado, como las innovaciones de dichos factores siguen una dinámica de un VAR(1) de forma reducida en un modelo afín,²¹ estas están correlacionadas contemporáneamente entre sí, por lo que es muy difícil determinar el impacto que tienen los choques entre los mismos factores, así como sobre la estructura temporal de las tasas de interés. Por lo que es necesario contar con factores que sean independientes de las combinaciones lineales de las tasas de interés como son el nivel, la pendiente y la curvatura de la curva de rendimientos y que sus innovaciones sean independientes entre sí.

Cabe mencionar que estos factores tienen ciertos pesos, los cuales tienen formas muy particulares documentadas en la literatura, sobre todo los relacionados con el método de Nelson-Siegel y con el método de componentes principales, como se muestra en la Figura 3.

Para el caso particular de los pesos del modelo de Nelson-Siegel, en la gráfica de la izquierda de la Figura 3 se observa que el factor nivel (F1, línea roja) es constante para todos los plazos. El factor pendiente (F2, línea azul), al ser casi una línea recta se considera como la pendiente, cuando este es positivo significa que la pendiente es descendente, mientras que cuando es negativo esta es ascendente. El factor curvatura (F3, línea verde) comienza en cero y alcanza su máximo entre 1 año y 3 años y después converge a un valor cercano a cero. Cabe mencionar que tanto el factor pendiente como el factor curvatura van convergiendo al mismo valor cercano a cero cuando el vencimiento va incrementando, lo que hace que las tasas de interés converjan en el largo plazo a su estado estacionario o valor de largo plazo.

²¹ Un VAR(1), se refiere a un modelo de vectores autorregresivos con un rezago. Su representación puede relacionarse con la ecuación (4) presentada en este documento, en la cual los errores o innovaciones del modelo están correlacionadas. Se considero un rezago de acuerdo al estándar que se ha utilizado para la estimación de este tipo de modelos y, en particular para México, ver por ejemplo, Aguilar et al. (2020). Adicionalmente, al inicio de la Sección 4, en la descripción de las estadísticas de las tasas de interés se observó que las tasas de interés siguen un proceso AR(1).

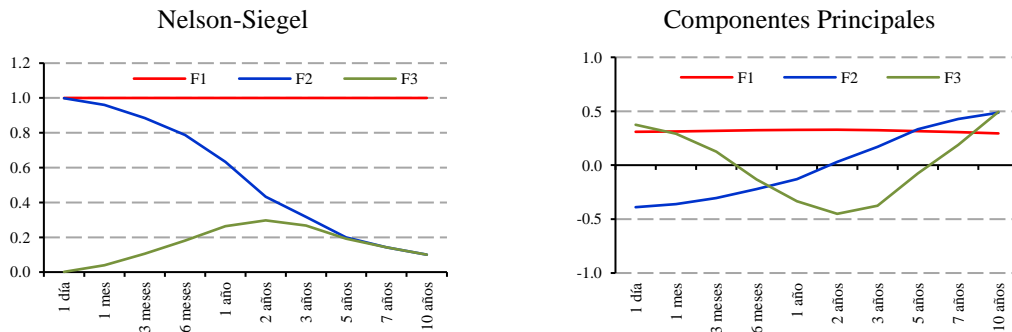
Figura 2. Diferentes Formas de Estimar los Tres Factores de las Tasas de Interés



Nota. Para la estimación de los factores de Nelson-Siegel se puede consultar el documento de Nelson and Siegel (1987). Los factores provenientes de componentes principales para México se pueden consultar los documentos Cortes et al. (2008), Elizondo (2017) y Lelo-de-Larrea (2020). Mientras que para los factores latentes que se utiliza el filtro de Kalman, se puede consultar el documento Aguilar et al. (2020). El nivel empírico se calcula como el promedio entre las tasas de interés a 1 mes, 1 año y 10 años. La pendiente empírica se representa como la diferencia entre la tasa de interés a 10 años y aquella a 3 meses. La curvatura empírica se computa como 2 veces la tasa de interés a 2 años menos la suma de la tasa de interés a 10 años y la de 3 meses.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura 3. Pesos de los Factores



Nota. Para la estimación de los factores de Nelson-Siegel se puede consultar el documento de Nelson and Siegel (1987). Para el caso de factores provenientes de componentes principales para el caso de México se pueden consultar los documentos Cortes et al. (2008), Elizondo (2017) y Lelo-de-Larrea (2020). Mientras que para los factores latentes, que utilizan el filtro de Kalman, se puede consultar el documento Aguilar et al. (2020).

Fuente. Estimaciones propias con datos de Valmer.

Para el caso de los pesos del método de componentes principales, gráfica de la derecha de la Figura 3, tienen las siguientes interpretaciones: el primer factor (F1, línea roja), al ser casi horizontal para todos los vencimientos, corresponden al nivel de la curva de rendimientos. De esta forma, los desplazamientos de la curva de rendimientos son en forma paralela. Los pesos del segundo factor (F2, línea azul) al ser casi una línea recta corresponden a la pendiente de la curva de rendimientos y al ser éste positivo (que también puede ser negativo),²² significa que la pendiente es ascendente. Esto indica que los cambios en este factor rotan la curva de las tasas de interés. Finalmente, el peso del tercer factor (F3, línea verde) corresponde a la curvatura de la curva de rendimientos, esto debido a que los extremos de corto y largo plazo aumentan con respecto al resto de los plazos, mientras que las tasas de interés de mediano plazo disminuyen. También se observa que la pendiente y la curvatura convergen al mismo valor para el plazo de 10 años.

En este contexto, en el modelo de factores *inteligibles* aquí analizado, se imponen ciertas restricciones para que las innovaciones de dichos factores no estén correlacionadas entre sí, de tal forma que, como ya se mencionó en la Subsección 3.1, el peso del primer factor afectará en mayor medida a los vencimientos de más largo plazo y estará muy cercano a cero en aquellos de corto plazo. En contraste, el segundo factor afectará más a los vencimientos de corto plazo, convergiendo hacia cero para aquellos de más largo plazo. Finalmente, el tercer factor afectará más a los vencimientos de mediano plazo, mientras que los de más corto plazo y más largo plazo convergerán a valores cercanos a cero. Para ello, se aplica el algoritmo de la Sección 3.2.

5. Estimación del Modelo de Factores *Inteligibles* para México

En esta sección se presentará la estimación y ajuste del modelo, así como los factores *inteligibles* y sus pesos implícitos en las tasas de interés en México. Adicionalmente, se comparan dichos factores con algunos valores empíricos que pudieran estar relacionados con su evolución. Posteriormente, mediante un análisis de funciones de impulso-respuesta se intenta determinar cómo un choque a cierto factor afecta a los otros y cómo esto se traduce

²² Ver por ejemplo Elizondo (2017), en donde la estimación se hace de enero de 2004 a julio de 2011 y el factor pendiente tiene signo negativo, mientras que en este documento la estimación es realizada de diciembre de 2001 a diciembre de 2019 y la pendiente tiene signo positivo. Así que el que la pendiente cambie de signo dependerá del periodo de estimación. Lo importante aquí es que los pesos del segundo factor resulten en casi una línea recta.

en el comportamiento de las tasas de interés. En este contexto, también se estima una descomposición de varianza y una descomposición histórica, esto con el fin de medir el efecto que tienen las innovaciones de los factores *inteligibles* sobre los propios factores y sobre las tasas de interés. Finalmente, se analiza cómo hubieran cambiado los factores *inteligibles* y su efecto sobre las tasas de interés, si la estimación incluyera parte del periodo de la pandemia de COVID-19, por lo que la estimación se extiende a diciembre de 2021.

5.1 Ajuste del Modelo

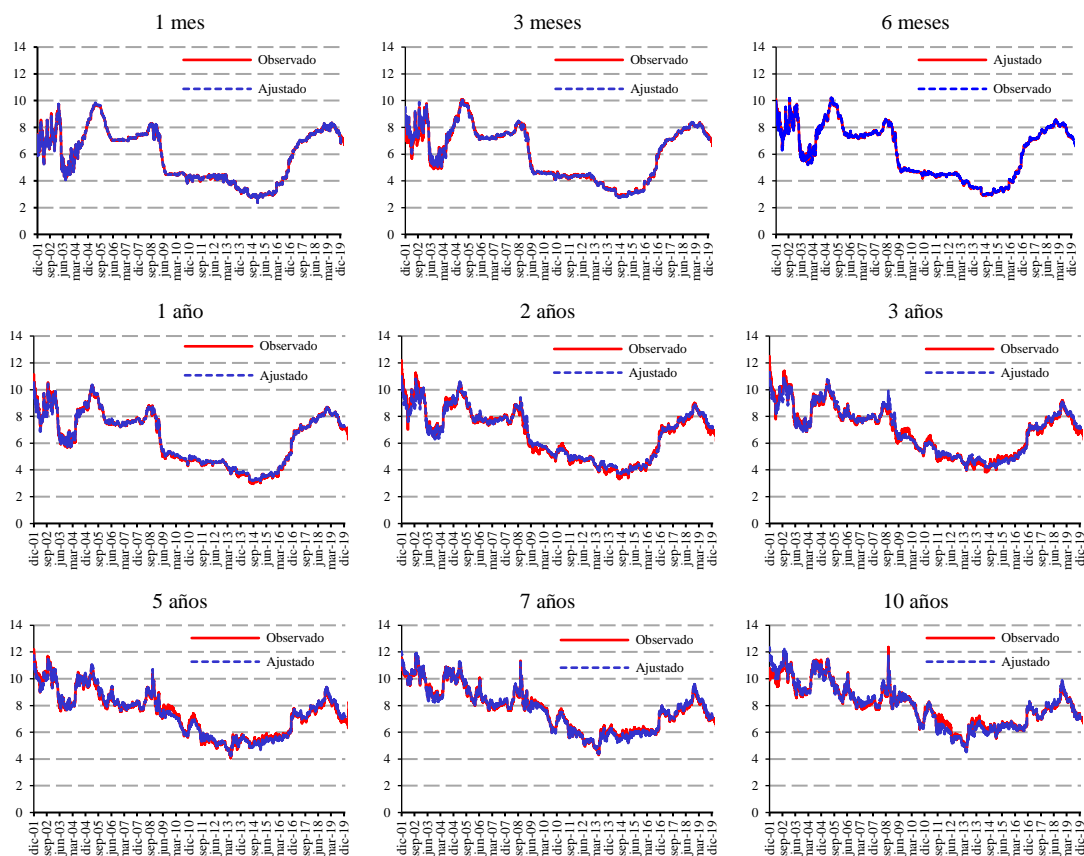
Siguiendo el algoritmo presentado en la Subsección 3.2, para los puntos del 1 al 4, se consideraron diferentes combinaciones de valores de α_2 y α_3 entre 0.001 y 0.999, con los cuales se estimaron las θ_i del VAR(1), de tal forma que se obtuvo una matriz de 1000 x 1000 de las diferentes combinaciones de dichos valores en los que se calculó $z\Omega_1$. Así los valores α_2 y α_3 que cumplían con la condición $z\Omega_1 = 0$, con $z = [1, \log(\alpha_2), \log(\alpha_2)]$, fueron $\alpha_2 = 0.049$ y $\alpha_3 = 0.947$ con $z\Omega_1 = 4.461e - 07$. En el paso 5 de dicho algoritmo se estimó el vector $\beta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3]$, tales que $\beta_1 = 0.4251$, $\beta_2 = -101.27$, y $\beta_3 = -100$. Así en el paso 6 se estimó $Diag = B\Omega B'$, cuya condición es que la matriz $Diag$ sea diagonal, cuyos valores están dados por $Diag_{11} = 0.0123$, $Diag_{22} = 0.0041$, $Diag_{33} = 0.0036$ y $Diag_{ij} = 0$ para toda $i \neq j$. Satisfaciendo los pasos del 1 al 6 de acuerdo al algoritmo, se procedió a maximizar el valor de α_3 , utilizando el filtro de Kalman y el modelo de espacio-estado dado por las ecuaciones (6) y (7). Hay que recordar que el valor de α_3 es el que permite el ajuste de las tasas de interés.

Para encontrar el valor de α_3 que mejor ajustara a las tasas de interés, se corrieron 1000 diferentes modelos con valores iniciales de α_3 entre 0.001 y 0.999, de tal forma que el valor que mejor ajustó las tasas de interés fue $\alpha_3 = 0.9478$, con un intervalo de confianza de $[0.9381, 0.9575]$.

En este contexto, en la Figura 4 y el Cuadro 1, se observa que el modelo de factores *inteligibles* ajusta bien a los datos observados. En particular, las tasas de interés en el corto plazo, como son 1 y 3 meses, tienen un error cuadrático medio (ECM) menor a un punto base, las correspondientes a 6 meses, 1 y 7 años tienen un ECM menor a 2 puntos base.

Mientras que aquellas con un plazo mayor de 2, 3, 5 y 10 años tienen un ECM menor a 7 puntos base.²³

Figura 4. Ajuste del Modelo vs las Tasas de Interés Observadas



Nota: Las líneas continuas rojas son las tasas de interés cupón cero compuestas observadas, mientras que las líneas punteadas azules corresponden a las tasas de interés estimadas mediante el modelo de factores *inteligibles* de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, de diciembre de 2001 a diciembre de 2019.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Cuadro 1. Errores Cuadráticos Medios del Ajuste de las Tasas de Interés

	Meses			Años					
	1	2	3	1	2	3	5	7	10
ECM	.0003	0.0248	0.0012	0.0147	0.0638	0.0613	0.0339	0.0164	0.0660

Nota: Los errores cuadráticos medios se calculan como el promedio de la diferencia al cuadrado entre los valores observados y aquellos obtenidos de la estimación.

Fuente: Cálculos propios con datos de Valmer.

²³ Estos resultados son consistentes con el modelo afín que utiliza factores con componentes principales y el modelo de Nelson-Siegel, cuyos errores cuadráticos medios son menores a 3 puntos base para todos sus vencimientos. Cabe mencionar que el modelo afín que utiliza factores latentes tiene los errores cuadráticos medios más grandes, siendo estos menores a 8 puntos base para los vencimientos de 1 mes, 2 y 3 años, menores a 30 puntos base para los vencimientos de 6 meses, 5 y 7 años, así como 40 puntos base para los vencimientos de 3 meses y 10 años.

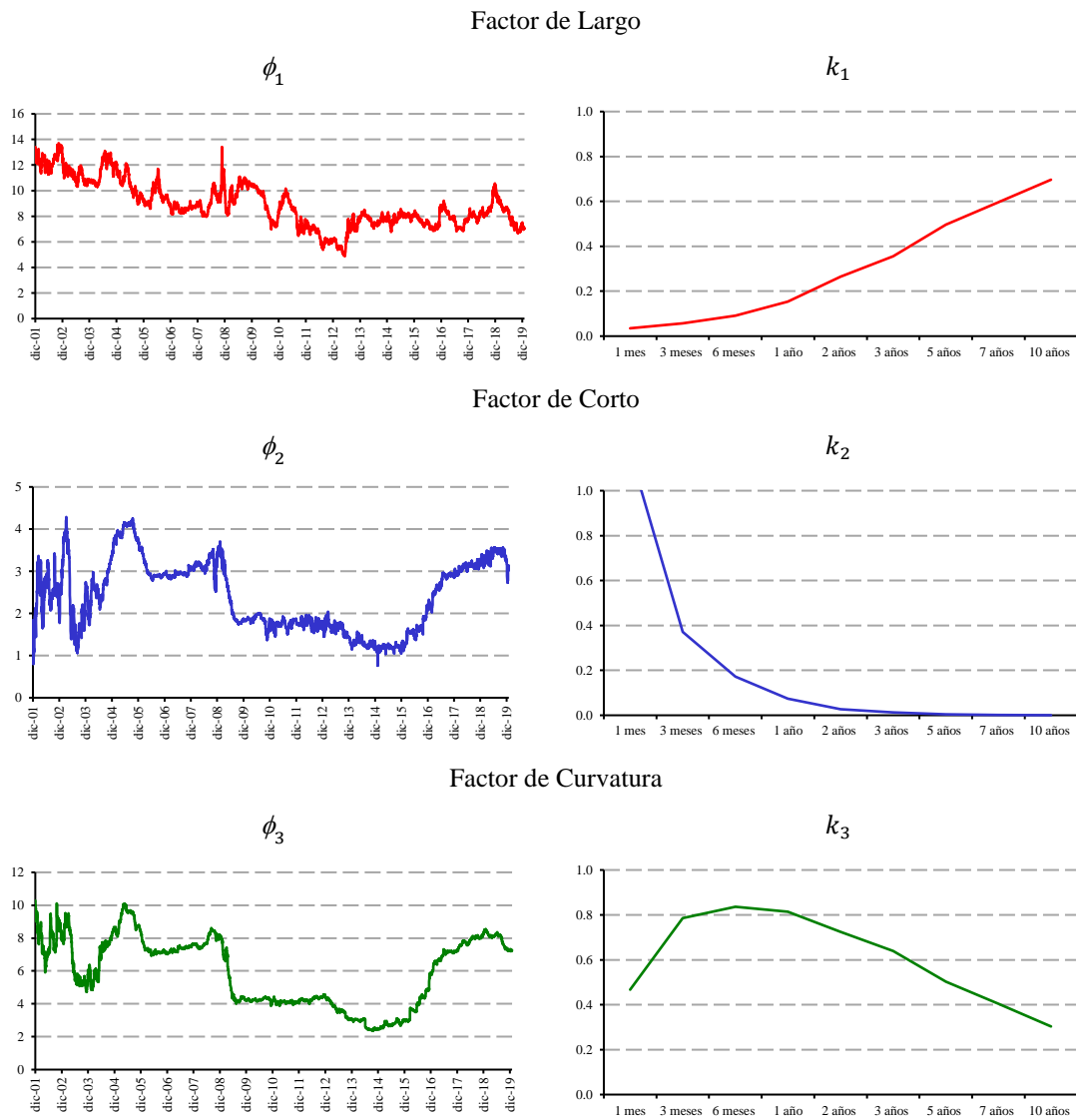
5.2 Los Tres Factores *Inteligibles* de la Curva de Rendimientos y sus Respectivos Pesos

En la Figura 5 se presentan las trayectorias de los factores *inteligibles* (ϕ_i para $i=1,2,3$) y sus respectivos pesos (k_i para $i=1,2,3$).²⁴ Por construcción, el peso del factor ϕ_1 , el cual corresponde al factor de largo plazo, tiene una mayor contribución en los vencimientos de más largo plazo (ver la gráfica de la derecha de la parte superior de la Figura 5). En este contexto, este factor inicia en valores muy cercanos a cero para el plazo de 1 mes, se incrementa a valores menores a 0.2 para los vencimientos de 6 meses y 1 año, y continúa incrementando para alcanzar valores de 0.5 y 0.7 para los plazos de 5 y 10 años, respectivamente. Dado que sus pesos afectan más el largo que el corto plazo, la dinámica de este factor ϕ_1 podría relacionarse con la evolución de la tasa de interés de más largo plazo. Como se muestra en el panel A de la Figura 6, ambas series tienen una correlación de 94%.

Análogamente por construcción, el peso del factor ϕ_2 , que corresponde al factor de corto plazo, tiene mayores pesos para los plazos de más corto plazo (ver la gráfica central de la derecha de la Figura 5). Este alcanza el valor cercano a uno para el vencimiento de 1 mes (el cual es el plazo más corto en la estimación) y cae paulatinamente a 0.37, 0.17 y 0.07 para los plazos de 3, 6 y 12 meses, respectivamente. Mientras que toma valores muy cercanos a cero para los vencimientos de más largo plazo a partir de 2 años en adelante. Cabe mencionar que este factor ϕ_2 representa la parte del mercado de dinero de la curva de rendimientos, por lo que está muy correlacionado con la tasa de interés de política monetaria, la cual es representada por la tasa de fondeo a 1 día en México. El panel B de la Figura 6 ilustra que ambas series tienen una correlación muy alta de 97%.

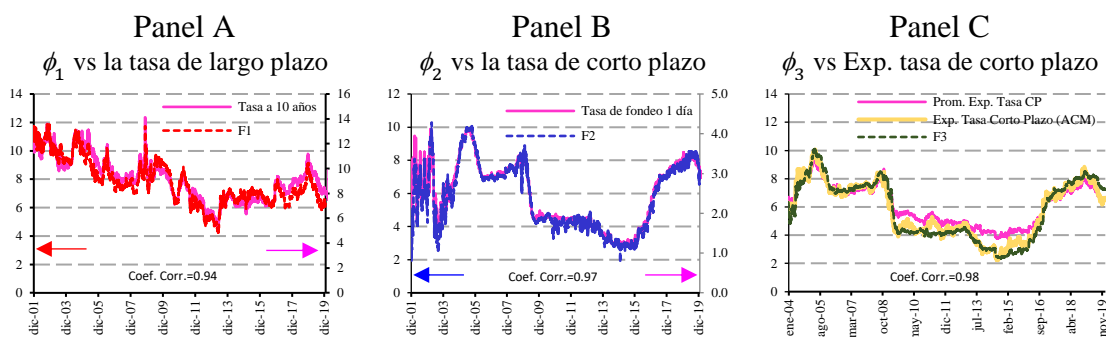
²⁴ Adicionalmente, en las gráficas de la izquierda de la Figura A.7 del Anexo 1, se muestran las dinámicas de los factores *inteligibles* con sus respectivas bandas de confianza, que corresponden a ± 2 desviaciones estándar.

Figura 5. Series de Tiempo de los Factores *Inteligibles* y sus Respectivos Pesos



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i corresponden a las trayectorias de los tres factores *inteligibles*, mientras que las k_i representan sus respectivos pesos de acuerdo a los vencimientos de las tasas de interés.
Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura 6. Los Factores *Inteligibles* y su Relación con las Tasas de Interés



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i corresponden a las trayectorias de los tres factores *inteligibles*. La tasa a 10 años proviene de los bonos cupón cero compuestos. La tasa de fondeo 1 día, corresponde a la tasa de fondeo bancario a un día publicada por Banco de México. Mientras que el Prom. Exp. Tasa CP y la Exp. Tasa Corto Plazo (ACM) son estimadas siguiendo a Aguilar et al. (2020), la primera es el promedio de las expectativas de la tasa de corto plazo en el largo plazo, proveniente de 2 modelos afines, uno similar a Kim y Wright (2005) y otro similar a Adrian et al. (2013) implementados con datos para México, y del promedio de datos de swaps de TIIE con vencimientos de 1, 2, 3, 5, 7 y 10 años. La Exp. Tasa Corto Plazo (ACM) corresponde exclusivamente a la estimación del modelo Adrian et al. (2013) estimada con datos para México.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer y Banco de México.

En el caso del peso del factor ϕ_3 , que corresponde al factor de curvatura, por construcción comienza en valores cercanos a cero, alcanza su valor máximo en vencimientos intermedios y converge a valores cercanos a cero en plazos mayores, ver la gráfica inferior de la derecha de la Figura 5. Así, el peso de este factor alcanza un valor de 0.47 para el vencimiento de 1 mes, alcanza su máximo de 0.84 para el vencimiento de 6 meses y comienza a converger lentamente para los vencimientos de un 1 a 10 años, alcanzando valores de 0.3 para este último plazo. Lo anterior implica que el factor ϕ_3 tiene su mayor contribución en vencimientos de 3 meses a 2 años. Si bien este factor tiene un mayor peso en el corto que en el largo plazo, también está relacionado con la expectativa de la política monetaria, es decir, se puede relacionar con la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo, estimada para México por Aguilar et al. (2020). Dicha expectativa es estimada como el promedio de tres metodologías, una proveniente del promedio de datos duros de las tasas Swaps de TIIE, para los vencimientos de 1, 2, 3, 5, 7 y 10 años, así como dos modelos afines, uno similar en estructura al presentado en Kim y Wright (2005), -en adelante KW-, y otro en línea con Adrian et al. (2013) -en adelante ACM-, ambos modelos implementados con datos para México. Cabe mencionar que la diferencia entre estos métodos radica en la forma de estimar los parámetros y los factores considerados. En particular, en el caso del modelo KW, se consideran tres factores latentes, los cuales son estimados en conjunto con los parámetros

del modelo vía filtro de Kalman y máxima verosimilitud. Mientras que el modelo ACM, utiliza cinco factores observables estimados mediante componentes principales y los parámetros del modelo afín son estimados mediante regresiones lineales.

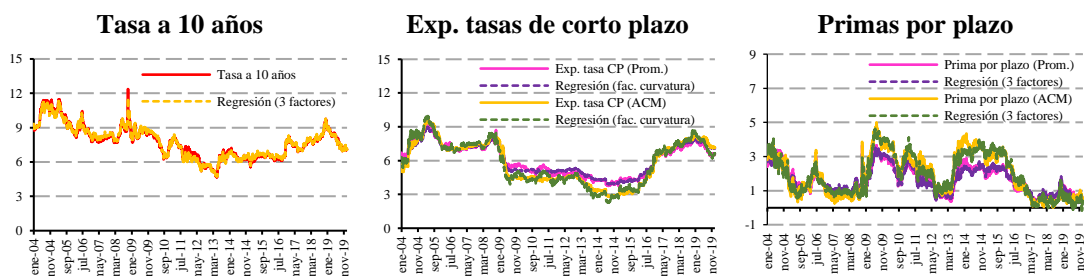
Para la comparación del factor de curvatura ϕ_3 con dicha expectativa, se consideró el promedio de la expectativa de la tasa de interés de corto plazo proveniente de los tres métodos antes descritos y la expectativa considerando únicamente el modelo ACM. De la comparación se observa que este factor es muy similar a la dinámica de estas expectativas y, en particular, tiene mayor similitud en nivel con la expectativa proveniente del modelo ACM (ver panel C de la Figura 6). Sin embargo, el factor de curvatura tiene una correlación del 98% con ambas expectativas de la tasa de interés de corto plazo.

Estos resultados contrastan con los encontrados en Lengwiler y Lenz (2014), quienes encuentran que los pesos para el factor de largo de las economías avanzadas comienzan en valores muy cercanos a cero para el plazo a 1 mes, más bajo que el que se encontró para México, y alcanzan el valor entre el intervalo [0.7, 0.8] para el plazo a 10 años y, dependiendo de la economía avanzada, que es un valor más alto que el que se encontró para la economía mexicana. Sin embargo, los pesos del factor de corto comienzan entre el intervalo [0.8, 0.9] para el vencimiento de 1 mes, dependiendo de la economía avanzada, y alcanza valores negativos para los vencimientos mayores o iguales a un año. Todos estos valores son más pequeños que aquellos encontrados para el espectro de los vencimientos para México considerando el mismo factor, si bien en ambos casos la convergencia es muy rápida. Mientras que los pesos del factor de curvatura comienzan entre el valor de 0.1 y 0.2 para el plazo de un mes, dependiendo de la economía avanzada, alcanzan su máximo de la unidad entre los plazos de 1 y 2 años, y converge a 0.2 para el plazo a 10 años. Análogamente, los valores encontrados para este factor en el caso de México son mayores para los vencimientos de corto y largo plazo que aquellos para las economías avanzadas. En contraste el valor máximo del factor de curvatura para México es menor y se alcanza en un plazo también menor que para las economías avanzadas.

5.2.1 Los Factores *Inteligibles* y su Relación con la Expectativa de la Tasa de Interés de Corto Plazo y la Prima por Plazo

Como ya se mencionó en la Subsección 5.2, el factor de curvatura está muy correlacionado con las expectativas de la tasa de interés de corto plazo, tanto con el promedio como con la proveniente del modelo ACM, ambas estimadas siguiendo a Aguilar et al. (2020). En un análisis más formal, se corrieron regresiones de cada una de estas expectativas con respecto al factor de curvatura. De las columnas 3 y 4 del Cuadro 2 y en la gráfica central de la Figura 7, se observa que de dichas regresiones el factor de curvatura explica el 96% y 97% de la expectativa de la tasa de corto plazo del promedio y del modelo ACM, respectivamente. Los coeficientes de dicho factor en ambas regresiones son significativos al 1% y es más alto en magnitud para el tasa modelo ACM. Adicionalmente, en las columnas 5 y 6 del Cuadro 2 y en la gráfica de la derecha de la Figura 7, se presentan las estimaciones de las regresiones de las correspondientes primas por plazo implícitas en el bono gubernamental a 10 años con respecto a los tres factores *inteligibles*. Se observa que en ambas regresiones estos factores explican el 93% de dichas primas por plazo. Además, los tres coeficientes de dichos factores son significativos al 1% y, en particular, los correspondientes al factor de curvatura, que representa a la expectativa de la tasa de interés de corto, son negativos. Esto va en línea con la definición de la prima por plazo, que se mide como la tasa de interés a 10 años menos la expectativa de la tasa de interés de corto plazo. Finalmente, en la segunda columna del Cuadro 2 y en la gráfica de la izquierda de la Figura 7, se presenta la regresión de la tasa de interés a 10 años con respecto a los 3 factores *inteligibles*, los cuales tienen coeficientes positivos y significativos al 1%. Estos explican alrededor de 99% de la tasa a 10 años.

Figura 7. Ajuste de las Regresiones Lineales entre los Tres Factores *Inteligibles* con la Tasa a 10 años, la Expectativa de la Tasa de Corto Plazo y la Prima por Plazo



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. La tasa a 10 años corresponde a la tasa de interés de los bonos cupón cero compuestos a 10 años. La Exp. tasa CP (Prom.) y la Exp. tasa CP (ACM), así como las primas por plazo son estimadas siguiendo a Aguilar et al. (2020). Los valores de las regresiones se pueden ver en el Cuadro 2.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Cuadro 2. Regresiones de la Tasa a 10 años, la Expectativa de la Tasa de Corto Plazo y la Prima por Plazo con Respecto a los Factores *Inteligibles*

Coeficientes	Tasa a 10 años	Expectativa tasa de corto plazo		Prima por plazo	
		Promedio	ACM	Promedio	ACM
Const.	0.329*** (0.051)	2.326*** (0.033)	0.637*** (0.045)	-0.749*** (0.058)	0.243*** (0.082)
ϕ_1	0.206*** (0.012)			0.499*** (0.007)	0.587*** (0.010)
ϕ_2	0.142*** (0.030)			0.287*** (0.039)	1.022*** (0.064)
ϕ_3	0.691*** (0.006)	0.659*** (0.006)	0.900*** (0.008)	-0.446*** (0.016)	-1.001*** (0.027)
R²	0.987	0.959	0.966	0.933	0.930
R ² ajust.	0.987	0.959	0.966	0.933	0.930

Nota: Cada columna representa una regresión. Las variables dependientes son la tasa de interés a 10 años, la expectativa de la tasa de corto plazo, para el promedio y el modelo ACM, y para la prima por plazo implícita en el bono gubernamental a 10 años, igualmente para ambas especificaciones. Los números representan los coeficientes de la regresión y los números en paréntesis corresponden a los errores estándar ajustados por HAC (Newey-West). Los *** asteriscos representan significancia de los coeficientes al 1%.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

5.3 Funciones de Impulso-Respuesta de las Innovaciones de los Factores *Inteligibles*

Una ventaja del modelo con factores *inteligibles* es que, dado que los factores son ortogonales y sus innovaciones son independientes, las funciones de impulso-respuesta (FIR) de dichas innovaciones tienen una interpretación propia. Es decir, se puede saber el efecto que tiene un choque a cada una de estas innovaciones sobre cada factor *inteligible*.

Para estimar las FIR, primero se estima un VAR(p) de forma reducida con la ecuación:

$$\phi_t = A_0 + \sum_{i=1}^p A_i \phi_{t-i} + \varepsilon_t.$$

Con $\phi_t = [\phi_{1,t}, \phi_{2,t}, \phi_{3,t}]$ el vector de los factores *inteligibles*, A_i las matrices de los coeficientes de los rezagos de los factores a ser estimados y ε_t los errores de forma reducida.

Para encontrar los errores de forma estructural, se tienen que encontrar las matrices B y C que satisfagan:

$$B\phi_t = BA_0 + \sum_{i=1}^p B^{-1}A_i\phi_{t-i} + B^{-1}Cu_t.$$

$$\varepsilon_t = B^{-1}Cu_t = Su_t$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Sigma_\varepsilon = B^{-1}CC'B^{-1'} = SS'.$$

Donde Σ_{ε} es la matriz de varianza-covarianza del VAR(p). Cabe mencionar que, al hacer a los factores *inteligibles*, ya se habían transformado los errores del VAR de forma reducida en los errores de forma estructural (ver la ecuación (5)). Esto último con el fin de garantizar que los factores *inteligibles* fueran ortogonales, sus errores independientes unos de otros y se pudieran interpretar económicamente.

Para determinar el número de rezagos de dicho VAR, se estimaron diferentes criterios de información. De acuerdo a los criterios de Akaike (AIC) y de error de predicción final (FPE), el número de rezagos es $p=16$, mientras que para el criterio de Schwarz (SC) y de Hannan-Quinn (HQ) los rezagos deberían de ser $p=5$.²⁵ Considerando que los datos son diarios, esto equivale más o menos a una semana y una quincena, respectivamente. Dado que los criterios dan rezagos diferentes, se estimaron las FIR considerando ambos rezagos.²⁶ En la Figura 8, las líneas azules corresponden a las estimaciones con $p=5$ rezagos y las líneas rojas representan a dichas estimaciones con $p=16$ rezagos.

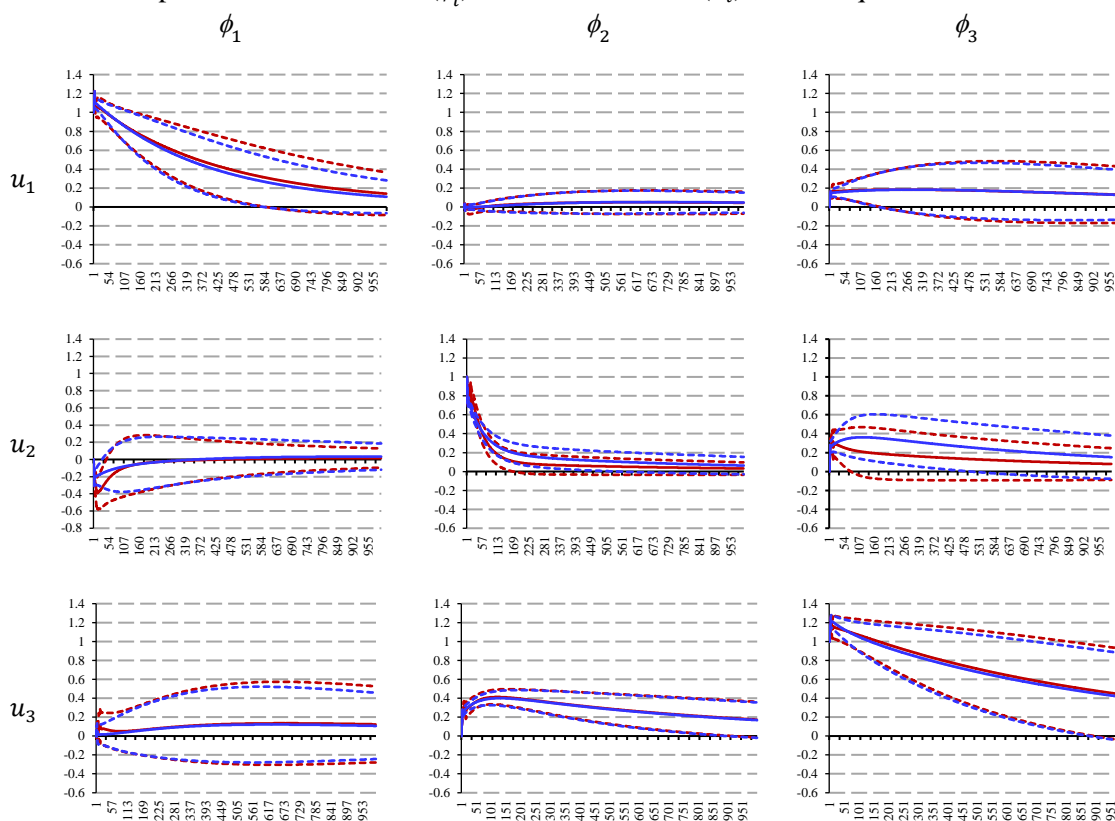
Para la estimación de las funciones de impulso-respuesta, se consideró dar un choque de una unidad a cada una de las innovaciones de los factores *inteligibles* al impacto del choque, con el fin de verificar la reacción de cada uno de los factores a las innovaciones de los tres factores.²⁷ Se tomaron en cuenta 1000 periodos, para capturar de mejor forma la convergencia de los choques, dado que la frecuencia de los datos es diaria. En la Figura 8, se presentan las FIRs de los dos VARs estimados, las líneas azules corresponden a las FIR del VAR(5), mientras que las líneas rojas son aquellas del VAR(16).

²⁵ Se pueden consultar los estadísticos de prueba de estos criterios en el Cuadro A.3 en el Anexo 1.

²⁶ Si se estima la matriz de correlación de los errores o innovaciones de los VAR(5) y VAR(16), se observa que estos son muy cercanos a cero fuera de la diagonal para ambas especificaciones, ver Cuadro A.4 en el Anexo 1, lo que garantiza que los errores son independientes.

²⁷ Si bien se consideró un choque de una unidad para una comparación más rápida. También se puede utilizar un choque de una desviación estándar, y posteriormente, reescalar todas las FIRs a que el choque correspondiente sea uno al impacto.

Figura 8. Funciones de Impulso-Respuesta de las Innovaciones de Cada Factor
 Respuestas de los factores (ϕ_i) a las innovaciones (u_i) a un choque de una unidad



Nota: El eje x corresponde a los periodos del choque y se consideraron 1000 periodos, para permitir que dichos choques converjan, esto debido a que la frecuencia de los datos es diaria. Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores de las estimaciones del VAR(5) y del VAR(16), con líneas azules y rojas, respectivamente. Las líneas punteadas corresponden a los intervalos de confianza de 2 desviaciones estándar. Las columnas corresponden a la contribución que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre el factor ϕ_i . Mientras que los renglones corresponden a la contribución que tienen las innovaciones de u_i sobre cada factor ϕ_i . El choque dado a cada una de las innovaciones corresponde a una unidad al impacto del choque.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

En general, las FIR de ambos VARs son muy similares, con excepción de la respuesta del factor ϕ_3 a las innovaciones de u_2 , donde la significancia de la respuesta con el VAR(5) dura por más periodos.

El factor de largo, ϕ_1 , responde principalmente a sus propias innovaciones de u_1 , la mitad del choque tarda en deshacerse en alrededor de un año y regresa a cero en dos años aproximadamente, por lo que el efecto del choque a las innovaciones de u_1 para este factor es muy persistente. Además, este factor responde significativamente a las innovaciones de corto plazo, u_2 , si bien en una magnitud moderada y por un periodo de 2 meses. Esto sugiere que la política monetaria tiene efectos estadísticamente significativos sobre las tasas de

interés de largo plazo, lo que ilustra implicaciones importantes para el canal de tasas de interés de la política monetaria. En contraste, el factor de corto, ϕ_2 , no reacciona a las innovaciones de u_1 , mientras que si responde a sus propias innovaciones de u_2 y a las innovaciones de u_3 . Si bien la mitad del efecto del choque a las innovaciones de u_2 sobre el factor ϕ_2 se pierde en alrededor de un mes, este acaba por desvanecerse en aproximadamente 5 meses. En tanto, el efecto del choque a las innovaciones de u_3 es más persistente, alcanzando rápidamente su máximo de 0.4, permaneciendo en ese nivel alrededor de un año y convergiendo muy lentamente a la mitad de su valor de 0.2, durante los 1000 periodos considerados. Esto es consistente con el hecho de que el factor de curvatura es un indicador adelantado de la tasa de corto plazo, que como ya se vio en la Subsección 5.2 y 5.2.1, la dinámica de esta expectativa de la tasa de corto plazo es muy similar al factor de corto plazo ϕ_2 . Esto sugiere que un choque positivo en el factor o tasas de corto plazo (como por ejemplo, el que se dio al inicio de la pandemia) tiene efectos importantes y persistentes sobre las expectativas de la tasa de interés de corto plazo. Finalmente, el factor ϕ_3 responde principalmente a sus propias innovaciones de u_3 . El efecto del choque a sus propias innovaciones tarda alrededor de 2 años y medio en desvanecer la mitad del choque, por lo que su efecto también es muy persistente. Además, el factor de curvatura responde muy marginalmente por alrededor de 2 meses a las innovaciones de u_1 y de u_2 . Esto sugiere que un choque en las expectativas sobre la política monetaria afecta tanto a las tasas de interés de corto plazo como aquellas de más largo plazo, si bien a estas últimas en menor magnitud.

Cabe mencionar que, sin pérdida de generalidad, si se comparan las innovaciones de los factores *inteligibles* del VAR(16) con las primeras diferencias de las tasas de interés, se observa del Cuadro 3 que las innovaciones del factor de largo, u_1 , están altamente correlacionadas con los cambios de las tasas de interés de más largo plazo, de 2 a 10 años, con una correlación por arriba del 50%. En contraste, la correlación es más alta entre las innovaciones del factor de corto, u_2 , y la diferencia de las tasas de interés de más corto plazo, de 1 mes a 1 año, siendo significativamente mayor de 87% para el plazo a 1 mes. Mientras que, las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , están más correlacionadas con la primera diferencia de las tasas de interés para los vencimientos de 3 meses a 2 años, siendo la

correlación más alta de 93% para el plazo a 6 meses. Estos resultados son consistentes con los pesos encontrados para los factores *inteligibles* (ver Figura 5).²⁸

Cuadro 3. Coeficientes de Correlación de las Innovaciones de los Factores *Inteligibles*, u_i , y las Primeras Diferencias de las Tasas de Interés, Δr_t^n

Innovaciones de los factores	Meses			Años					
	1	3	6	1	2	3	5	7	10
u_1	0.08	0.09	0.06	0.22	0.57	0.68	0.81	0.90	0.79
u_2	0.87	0.30	0.10	0.11	0.09	0.07	0.03	0.04	0.03
u_3	0.34	0.68	0.93	0.77	0.41	0.39	0.33	0.28	0.24

Nota: Los números corresponden a los coeficientes de correlación entre las primeras diferencias de las tasas de interés y las innovaciones de los factores *inteligibles*, para la muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019.

5.4 Descomposición de Varianza

Mediante la descomposición de varianza de los factores *inteligibles* se estima la cantidad de información o la proporción que cada factor aporta a los otros factores en la autorregresión. Es decir, dicha descomposición determina cuánto de la varianza del error de pronóstico de cada uno de los factores puede explicarse por cada uno de los choques a las innovaciones de estos factores.²⁹

Sin pérdida de generalidad, se presenta únicamente la descomposición de varianza proveniente del VAR(16) para cada factor *inteligible*, ver la Figura 9.³⁰ De dicha descomposición de varianza de las innovaciones de los factores *inteligibles* se desprende que la varianza del factor de largo, ϕ_1 , es explicada en su mayor parte por sus propias innovaciones de u_1 durante todos los periodos analizados. Por su parte, la varianza del factor de corto, ϕ_2 , es explicada en mayor proporción por sus propias innovaciones por alrededor de 110 periodos, aunque su contribución decrece alcanzando el 50% después de 6 meses, llegando a una proporción de 20% al final de los 1000 periodos. En contraste, las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , van ganando relevancia para explicar la varianza del factor de corto plazo, ϕ_2 , explicando de 20% al inicio de los periodos hasta el 80% al final de los 1000 periodos. Esto también confirma el hecho de que el factor de curvatura es un indicador adelantado de la tasa de interés de corto plazo, debido a que explica una

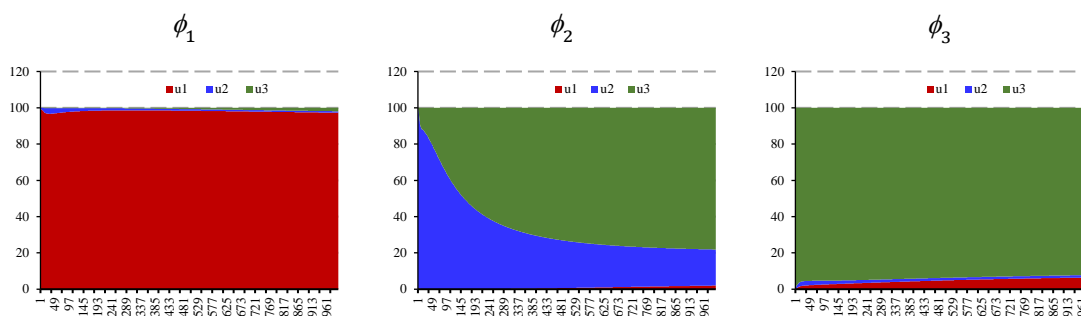
²⁸ Los resultados son muy similares para las estimaciones de las innovaciones provenientes del VAR(5).

²⁹ En el Anexo 2, se dan algunos detalles de las ecuaciones de la descomposición de varianza.

³⁰ La descomposición de varianza para el VAR(5) se puede consultar en la Figura A.1 en el Anexo 1.

proporción importante de la varianza del factor de corto plazo, que es el factor que más afecta a las tasas de más corto plazo. Similar a lo que sucede con el factor de largo, la varianza del factor de curvatura, ϕ_3 , es explicada por sus propias innovaciones de u_3 durante todos los periodos analizados.

Figura 9. Descomposición de Varianza de los Factores *Inteligibles*



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores de la estimación del VAR(16). Las áreas corresponden a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la varianza del factor ϕ_i .

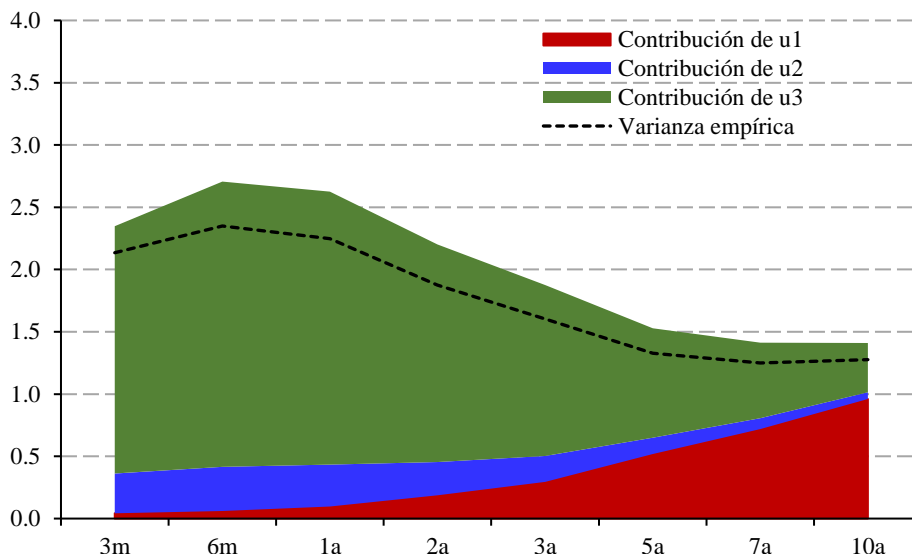
Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Considerando la contribución que tienen las innovaciones de cada factor *inteligible* a cada una de las varianzas de las tasas de interés involucradas en el análisis,³¹ se puede observar de la Figura 10 que las innovaciones del factor de largo, u_1 , contribuye en explicar una parte pequeña de la varianza de los plazos de 3 meses a 2 años de la curva de rendimientos. Mientras que dichas innovaciones explican en mayor magnitud la varianza de las tasas de interés de mayores plazos, como son 7 y 10 años. En contraste, las innovaciones del factor de corto, u_2 , explican una parte pequeña de todos los plazos de dicha curva. No obstante, para los plazos de 3 meses a 2 años, es mayor su contribución que las innovaciones de u_1 . Cabe mencionar que las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , son las que más contribuyen en explicar la varianza de las tasas de interés para los plazos de 3 meses a 5 años. Si bien la contribución que tienen las innovaciones de u_3 en explicar la varianza de las tasas de interés para 7 y 10 años es menor que la contribución que tiene las innovaciones de u_1 , esta también es importante para explicar la varianza de dichas tasas. Así se puede concluir que las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , son las más importantes para explicar la

³¹ Para conocer el detalle de cómo se estima esta descomposición de varianza se puede consultar el Anexo 3.

varianza de las tasas de interés de 3 meses a 5 años. Sin embargo, la varianza de las tasas de interés para 7 y 10 años es explicada tanto por las innovaciones del factor de curvatura como por las correspondientes al factor de largo plazo. Esto refuerza el hecho de que un choque sobre las expectativas de la política monetaria tiene efectos más importantes y persistentes sobre las tasas de interés de corto plazo.

Figura 10. Descomposición de Varianza con Respecto a las Tasas de Interés



Nota: Las u_i corresponden a las innovaciones de los factores *inteligibles* de la estimación del VAR(16). En el eje x se encuentran representados los vencimientos de las tasas de interés, m representa meses y a años. Las áreas corresponden a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la varianza de las tasas de interés para los diferentes plazos analizados. La línea negra punteada corresponde a la varianza empírica de las tasas de interés. Si se considera $E[(u_{i,t} - u_{i,t-1})^2] = E[u_{i,t}^2] + E[u_{i,t-1}^2] - 2E[u_{i,t}u_{i,t-1}]$, pero como las $u_{i,t}$ son serialmente no correlacionadas, implica que $E[u_{i,t}u_{i,t-1}] = 0$ y esto hace que la varianza de las $u_{i,t}$ sea mayor que la varianza empírica. Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

De todos los resultados descritos en las Subsecciones 5.3 y 5.4, se desprenden los siguientes hechos estilizados que se documentaron por Lengwiler y Lenz (2014) para las economías avanzadas para el periodo de 1999 a 2010. Cabe mencionar que estos hechos estilizados para EE.UU. pudieron haberse modificado debido a que el comportamiento de las tasas de interés en dicho país cambió después de la crisis financiera global de 2008-2009. Por ejemplo, la tasa de política monetaria alcanzó niveles cercanos a cero y las tasas de largo plazo pudieron verse afectadas por la expansión cuantitativa (*quantitative easing*). Asimismo, se adoptaron políticas monetarias no convencionales, lo que dio paso a la guía futura (*forward guidance*) y pudo haber afectado al factor de curvatura. Así, todo lo anterior pudo haber cambiado el efecto entre estos factores y su relación con las tasas de interés. Esto hace que al comparar

los hechos estilizados para las economías avanzadas con aquellos encontrados para México tenga que tomarse con cautela, porque las muestras de análisis son distintas y, como ya se mencionó, dichos hechos estilizados pudieron haber cambiado para las economías avanzadas en una muestra más reciente. Tomando en cuenta lo anterior, se puede mencionar que del primer hecho estilizado para economías avanzadas, de que “el factor de largo interactúa muy poco con los otros dos factores que definen la curva de rendimientos”, para el caso de México este hecho coincide con las economías avanzadas, esto debido a que si bien de la Figura 8 se observa que el factor de largo responde únicamente a sus propias innovaciones de u_1 , en la Figura 9 se muestra que la varianza del factor de largo es explicada principalmente por sus propias innovaciones y muy marginalmente por las innovaciones de los factores de corto y de curvatura.

Con respecto al segundo hecho estilizado para las economías avanzadas, de que “las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar la dinámica de la estructura temporal y, principalmente, las innovaciones del factor de corto”, para el caso de México este hecho coincide parcialmente con las economías avanzadas. De la Figura 10 se observa que las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar a las tasas de interés de 3 meses a 5 años, lo que coincide con el hecho estilizado para las economías avanzadas. Si bien también es relevante en explicar aquella varianza de las tasas de interés a 7 años y a 10 años, estas son descritas en mayor proporción por las innovaciones del factor de largo, lo que difiere del hecho estilizado de las economías avanzadas.

Adicionalmente, de acuerdo al tercer hecho estilizado, de que “una gran proporción de varianza del factor de corto es explicada por el choque que tiene su origen en el espectro de la parte media de la curva”, para el caso de la economía mexicana coincide con este hecho estilizado para economías avanzadas. De la Figura 9 se observa que la varianza del factor de corto es principalmente explicada por las innovaciones del factor de curvatura, que tiene su mayor peso precisamente en la parte media de la curva de rendimientos.

La similitud encontrada entre los hechos estilizados de ambas economías a pesar de las distintas muestras utilizadas, puede deberse a que en México, dentro del periodo de estudio 2001-2019, se dieron muchos cambios importantes que mejoraron sus fundamentales. Por ejemplo, la adopción tanto de un tipo de cambio flexible a mediados de los 90s, como de un

esquema de objetivos de inflación que se implementó a principios de los años 2000, la implementación de la ley de responsabilidad fiscal y la reforma al sistema de pensiones en 2006, así como la entrada de México al Índice Bonos del Gobierno de Citigroup (WGBI, por sus siglas en inglés) en 2010, el cual sirve como referencia para comprar deuda de largo plazo bien calificada. Todo lo anterior dio lugar a la entrada de capitales en los mercados de renta fija principalmente, lo que ayudó a desarrollar mercados financieros más profundos y líquidos, disminuyendo así las tasas de interés, inclusive a niveles mínimos históricos durante 2014 y 2015. Esto pudo haber contribuido a que los hechos estilizados que se observaron en las economías avanzadas durante el periodo de 1999-2010, también puedan observarse en un país emergente como México.

5.5 Descomposición Histórica de los Factores *Inteligibles*

La descomposición histórica proporciona la contribución que tiene cada una de las innovaciones u_i sobre los factores *inteligibles* en cada momento en el tiempo.³² Para este análisis se consideró toda la muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. De la Figura 11, se observa que la dinámica del factor de largo, ϕ_1 , gráfica de la izquierda, es explicada principalmente por las innovaciones de su mismo factor, u_1 , durante todo el periodo de la muestra. Mientras que las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , gana cierta relevancia en explicar a dicho factor a partir de 2009. En contraste, las innovaciones del factor de corto plazo, u_2 , parece no ser relevante en explicar al factor de largo. Estos resultados refuerzan el hecho estilizado de que el factor de largo para México a través del tiempo tiene muy poca interacción con los otros dos factores que explican la curva de rendimientos.

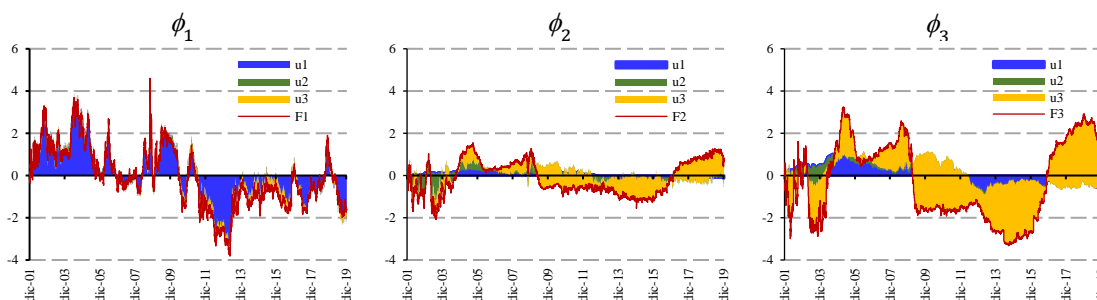
En contraste, la trayectoria del factor de corto, ϕ_2 , gráfica central de la Figura 11, ha sido explicada mayormente por las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , durante todo el periodo de la muestra. Por otro lado, las innovaciones del factor de largo, u_1 , solo ha explicado dicha trayectoria durante el periodo de 2002 a 2008 y marginalmente de 2013 a 2017. En este caso, sus propias innovaciones, u_2 , solo pudieron explicar a este factor en el

³² Dado que lo que interesa analizar es que tanto explican las innovaciones de los factores a estos mismos en el tiempo, en el análisis de la descomposición histórica solo se consideró la parte que corresponde a la contribución de estas innovaciones, dejando afuera del análisis la condición inicial y la componente que corresponde al estado estacionario, que ambas corresponden a lo que se conoce como la proyección base. Así la suma de la proyección base y la contribución de los choques estructurales da el nivel real de los factores.

periodo de 2002 a 2005 y muy marginalmente en el primer semestre de 2009, y durante los años 2013 y 2016. Estos resultados también refuerzan el hecho estilizado de que las innovaciones del factor de curvatura para México han sido las más importantes en explicar al factor de corto a través del tiempo. Esto nuevamente es consistente con el hecho de que las expectativas de la tasa de corto son importantes para determinar la dinámica de las tasas de interés de corto plazo a través del tiempo y de la importancia del canal de expectativas para determinar el nivel de la tasa de interés actual.

Análogamente, la dinámica del factor de curvatura, ϕ_3 , gráfica de la derecha de la Figura 11, es explicada principalmente por sus propias innovaciones, u_3 , durante todo el periodo analizado. Sin embargo, las innovaciones del factor de largo, u_1 , ha explicado a dicho factor en los periodos de 2005 a 2008 y de 2013 a 2018, y muy marginalmente en el periodo de 2002 a 2004. En contraste, las innovaciones del factor de corto, u_2 , ha contribuido a los movimientos de dicho factor durante el periodo de 2002 a 2004, y muy marginalmente durante el periodo de 2005 al primer trimestre de 2009.

Figura 11. Descomposición Histórica de los Factores *Inteligibles*



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores provenientes de la estimación del VAR(16). Las áreas corresponden solamente a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la trayectoria del factor ϕ_i . Cabe mencionar que en la representación de la descomposición histórica graficada no se está considerando la condición inicial y la componente que corresponde al estado estacionario, que ambas en conjunto se les llama la proyección base.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

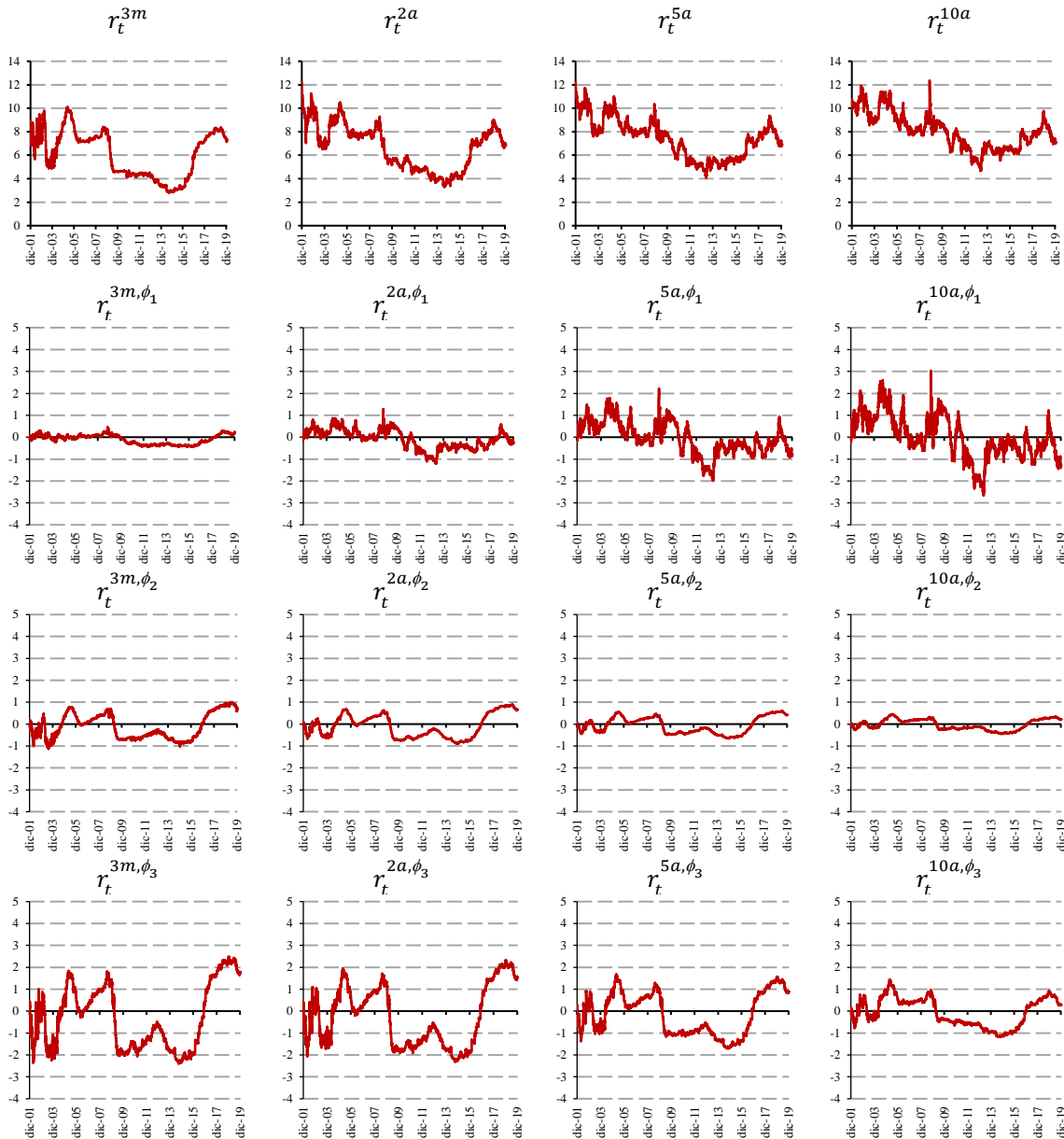
En resumen, se puede mencionar que si bien las innovaciones del factor de curvatura, u_3 , ha sido relevante en explicar las trayectorias de los factores de corto y de curvatura, está también ha ganado relevancia en explicar el factor de largo a partir de 2009. Las segundas innovaciones más importante han sido las del factor de largo, u_1 , pues si bien explica la mayor parte de la trayectoria de su propio factor, está también ha contribuido en menor

medida en explicar los otros dos factores. Mientras que las innovaciones del factor de corto, u_2 , solo ha tenido una contribución muy marginal en explicar la dinámica de los tres factores y por periodos muy cortos de tiempo.

Ahora se realiza el análisis de la descomposición histórica sobre las tasas de interés, es decir, se analiza qué tanto las innovaciones de los factores han afectado o explicado los movimientos de las tasas de interés en algunos de sus plazos como son 3 meses, así como 2, 5 y 10 años (ver Figura 12).

En el primer renglón de la Figura 12 se presentan las series de datos de dichas tasas de interés. En la segunda fila, se muestra la contribución que tienen las innovaciones del factor de largo sobre las tasas de interés. Estas innovaciones explican parte de la dinámica de las tasas de interés de más largo plazo, en particular, a las tasas de interés de 2 años hacia adelante, siendo esta contribución más importante cuantitativamente para aquellas tasas de mayor plazo, para 5 y 10 años. En contraste, la contribución a las tasas de interés de más corto plazo, en este caso la tasa de interés a 3 meses, es casi nula. En el tercer renglón, se observa el efecto que tienen las innovaciones del factor de corto sobre las tasas de interés, estas innovaciones afectan más a las tasas de interés de más corto plazo, disminuyendo su efecto conforme el vencimiento es mayor, llegando a ser casi nulo para la tasa de interés a 10 años. Esto refleja el canal de las tasas de interés, mediante este se observa cómo el efecto de las tasas de más corto plazo se va diluyendo conforme el vencimiento es mayor. Finalmente, en el cuarto renglón se exhiben las contribuciones de las innovaciones del factor de curvatura sobre las tasas de interés. Si bien estas innovaciones tienen un mayor efecto en las tasas de interés de más corto plazo, el cual va disminuyendo con respecto al plazo, también explican parte de los movimientos de las tasas de interés de mayor plazo, incluso para la tasa de interés a 10 años. Esto implica que las expectativas de las tasas de interés son importantes para explicar las trayectorias de toda la ETTI.

Figura 12. Contribución de las Innovaciones de los Factores *Inteligibles* sobre las Tasas de Interés



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores provenientes de la estimación del VAR(16). El primer renglón corresponde a las tasas de interés de los bonos cupón cero observadas. Del 2do al 4to renglón representan las contribuciones que tienen cada una de las innovaciones u_i sobre cada factor ϕ_i , y a su vez, como estos factores contribuyen a explicar la varianza de las trayectorias de las tasas de interés para los vencimientos de las tasas de interés a 3 meses, 2, 5 y 10 años. Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

En resumen, se puede mencionar que las innovaciones del factor de corto afectan más a las tasas de interés de menor plazo y va disminuyendo conforme aumenta el vencimiento, siendo nulo para las tasas de interés de más largo plazo. Esto refleja el canal de tasas de interés del

mecanismo de transmisión de la política monetaria. En contraste, las innovaciones del factor de largo afectan más a las tasas de interés de más largo plazo y dicho efecto disminuye para las tasas de menor plazo, siendo este nulo para la tasa de más corto plazo. Por su parte, el factor de curvatura afecta a las tasas de interés en todos sus plazos, si bien afecta más a aquellas de corto que a las de largo plazo. Esto último también refuerza el hecho estilizado de que el factor de curvatura es importante para explicar la estructura temporal de las tasas de interés sobre todo aquellas de 3 meses a 5 años, mientras que para las de 7 y 10 años es el factor de largo que gana mayor relevancia. El que el factor de curvatura tenga efectos importantes y persistentes en las tasas de corto plazo, sugiere que el canal de expectativas es importante en la transmisión de la política monetaria, ya que las variaciones en las expectativas sobre las tasas de interés son un factor importante en explicar estas en el futuro.

5.5 Comportamiento de los Factores *Inteligibles* Incluyendo Parte de la Pandemia de COVID-19

En esta Subsección se analiza cómo cambian los factores *inteligibles* si en el análisis se incluye parte del periodo de la pandemia de COVID-19. Es decir, la estimación se extiende de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Cabe mencionar que ya no se incluyó el año 2022 porque la estimación y el comportamiento de las tasas de interés puede estar contaminado por otros efectos, como los relacionados con la guerra entre Rusia y Ucrania, así como por los remanentes de la pandemia.

Se estimaron los factores *inteligibles* tal cual se hizo para la muestra de 2001 a 2019, ver Subsección 5.1. Es decir, se aplicó el mismo algoritmo de la Subsección 3.2. Para la estimación de los puntos del 1 al 4 del algoritmo, se consideraron los valores $\alpha_2=0.077$ y $\alpha_3 = 0.9793$ con $z\Omega_1 = 6.57441e - 07$. En el paso 5 se estimaron los valores del vector β con entradas $\beta_1 = 0.4401$, $\beta_2 = -101.08$, y $\beta_3 = -100$. Mientras que en el paso 6 se estimó la matriz $Diag = B\Omega B'$, tal que $Diag_{11} = 0.0147$, $Diag_{22} = 0.0040$, $Diag_{33} = 0.0035$ y $Diag_{ij} = 0$ para toda $i \neq j$. Satisfaciendo los pasos del 1 al 6 de acuerdo al algoritmo, se maximizó el valor de α_3 , utilizando el filtro de Kalman y el modelo de espacio-estado dado por las ecuaciones (6) y (7). Como ya se había mencionado, el valor de α_3 es el que permite el ajuste de las tasas de interés a diferentes vencimientos. El valor de α_3

con el que se encuentra el mejor ajuste para la muestra de 2001 a 2021 es $\alpha_3 = 0.9298$, con un intervalo de variabilidad de [0.9202, 0.9395].

Del Cuadro 4, se aprecia para la muestra de 2001 a 2021, el ajuste de las tasas de interés es tan bueno como el que se obtuvo con la estimación que se realizó para la muestra de 2001 a 2019 (ver primer renglón de dicho Cuadro vs el Cuadro 1). Para hacer la comparación entre ambas estimaciones, se consideró únicamente la submuestra que abarca parte del periodo de la pandemia de 2020 a 2021. En el caso de la estimación hasta 2019, se hizo una proyección de los datos para dicho periodo, es decir, se dejan fijos los parámetros del modelo y se proyectan los datos para dicha submuestra. En el segundo y tercer renglón del Cuadro 4 se presentan los errores cuadráticos medios de ambas estimaciones para el periodo de 2020 a 2021. Se observa que, en general, ambas submuestras dan buenos ajustes a los datos observados, si bien la correspondiente a la estimación hasta 2019 ajusta mejor los vencimientos de más corto plazo, mientras que la estimación hasta 2021 ajusta mejor aquellos de más largo plazo. No obstante, las diferencias entre ambos ajustes son muy pequeños, menores a 10 puntos base.

Cuadro 4. Errores Cuadráticos Medios del Ajuste de las Tasas de Interés para Diferentes Muestras

	1 mes	3 meses	6 meses	1 año	2 años	3 años	5 años	7 años	10 años
Estimación hasta 2021 ECM 2001-2021	0.0119	0.0312	0.0090	0.0113	0.0434	0.0526	0.0278	0.0000	0.0580
Estimación hasta 2021 ECM 2020-2021	0.0163	0.0302	0.0125	0.0078	0.0479	0.0662	0.0343	0.0000	0.0506
Estimación hasta 2019, proyección 2020-2021 ECM 2020-2021	0.0004	0.0196	0.0017	0.0175	0.0717	0.0781	0.0299	0.0079	0.0965

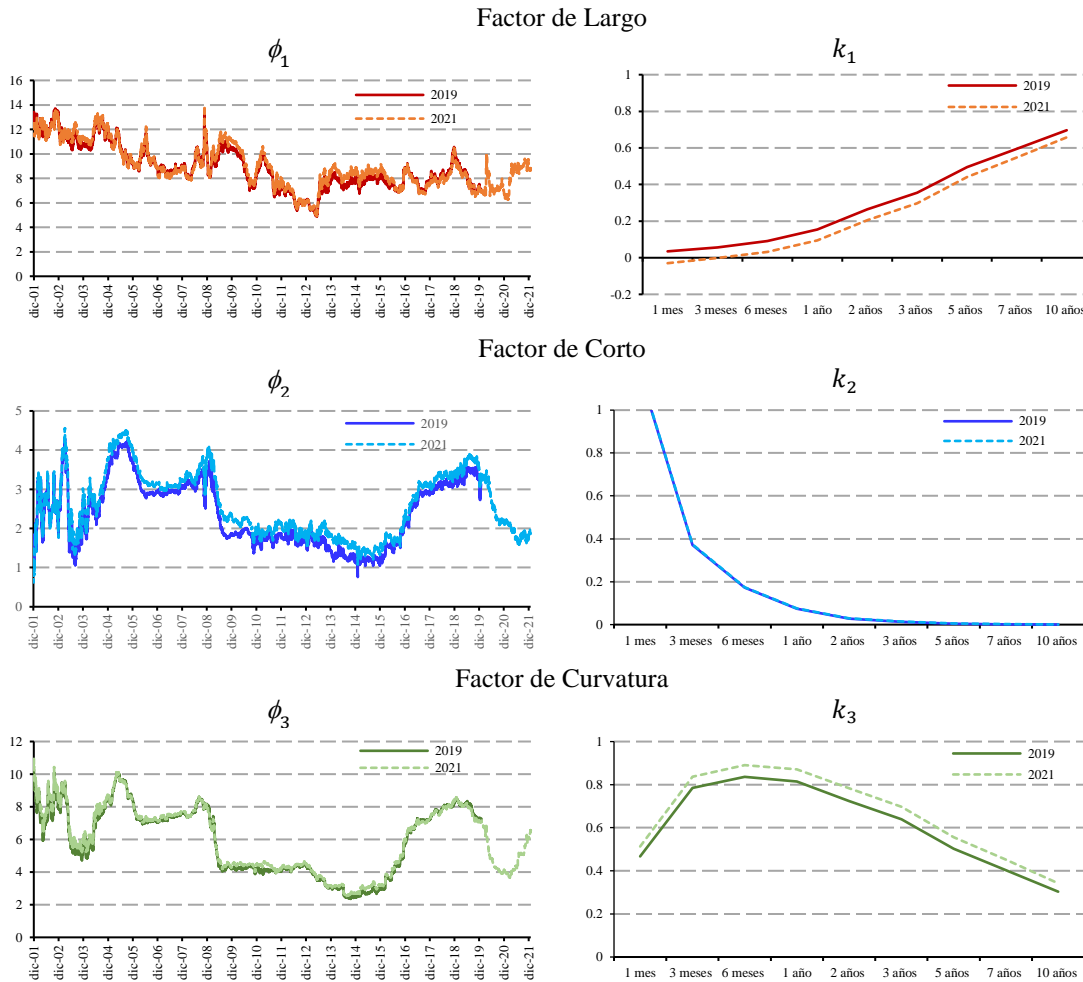
Nota: Los errores cuadráticos medios se calculan como el promedio de la diferencia al cuadrado entre los valores observados y aquellos obtenidos de la estimación.

Fuente: Cálculos propios con datos de Valmer.

Con respecto a la estimación de los factores *inteligibles*, en la Figura 13 se observa que de la estimación hasta 2021, los pesos del factor de largo, k_1 , disminuyeron en todo el espectro de la curva de rendimientos. En contraste, los pesos del factor de curvatura, k_3 , se incrementaron también en toda la curva. Mientras que los pesos del factor de corto, no sufrieron cambios importantes. Con respecto a la dinámica de los factores para las estimaciones hasta 2021, las trayectorias del factor de largo y de curvatura, ϕ_1 y ϕ_3 , son muy similares a las trayectorias obtenidas de la estimación realizada para 2019, a pesar de que sus pesos cambiaron. Sin

embargo, la dinámica del factor de corto, ϕ_2 , pareciera que se desplazó hacia arriba durante todo el periodo de tiempo analizado para la estimación hasta 2021 con respecto a la estimación hasta 2019, cuando los pesos para ambas estimaciones son muy similares.³³

Figura 13. Trayectorias de los Factores *Inteligibles* y sus Respectivos Pesos para la Estimación 2001-2021



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México con dos muestras: una de diciembre de 2001 a diciembre de 2019 y otra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las ϕ_i corresponden a las trayectorias de los tres factores *inteligibles*, mientras que las k_i representan sus respectivos pesos de acuerdo a los vencimientos de las tasas de interés. Las líneas continuas y punteadas corresponden a las estimaciones de la muestra que termina en 2019 y en 2021, respectivamente.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

El análisis de las funciones de impulso-respuesta arroja resultados muy similares a los encontrados con la estimación hasta 2019. En particular, se encuentra que el VAR óptimo

³³ Adicionalmente, en las gráficas de la derecha de la Figura A.7 del Anexo 1, se muestran las dinámicas de los factores *inteligibles* con sus respectivas bandas de confianza, que corresponden a ± 2 desviaciones estándar.

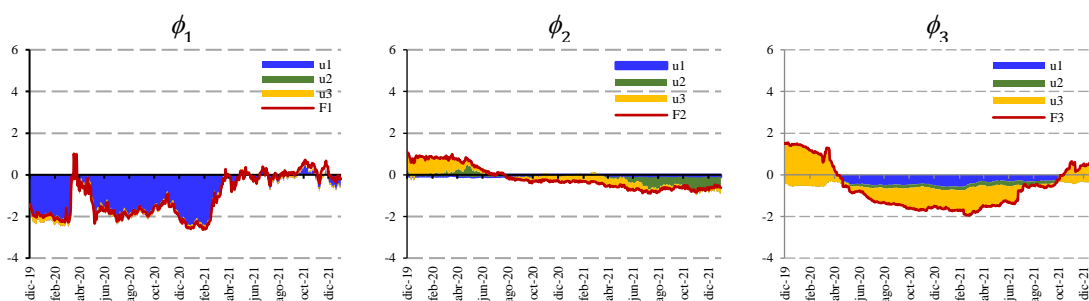
para la estimación hasta 2021 también requiere 16 rezagos (ver Cuadro A.5 en el Anexo 1). Las funciones de impulso-respuesta son también muy similares a las encontradas en la estimación hasta 2019 (ver Figura A.2 en el Anexo 1). Es decir, el factor de largo y de curvatura solo responden a sus propias innovaciones, mientras que el factor de corto responde tanto a sus propias innovaciones como a las innovaciones del factor de curvatura.

Análogamente, para el análisis de descomposición de varianza se conservan los resultados encontrados en la estimación hasta 2019, la varianza del factor de largo y de curvatura son explicadas casi en su totalidad por sus propias innovaciones, mientras que la varianza del factor de corto es explicada por sus propias innovaciones y por las correspondientes al factor de curvatura (ver Figura A.3. en el Anexo 1). En el caso de la descomposición de varianza con respecto a las tasas de interés, de la Figura A.4 en el Anexo 1 se observa que se conserva el mensaje de que la varianza de las tasas de interés para los plazos de 1 mes a 5 años es explicada en mayor proporción por las innovaciones del factor de curvatura. Sin embargo, la varianza de las tasas de interés para los plazos a 7 y 10 años es mayormente explicada por las innovaciones del factor de largo, sin dejar de lado que las innovaciones del factor de curvatura también explican la varianza de dichas tasas, pero en una menor proporción.

En contraste, en la descomposición histórica para la estimación de 2001-2021 cambian un poco las contribuciones de las innovaciones de los factores *inteligibles* sobre el factor de curvatura, ϕ_3 (ver Figura A.5. en el Anexo 1). En particular, las innovaciones del factor de corto, u_2 , tiene mayor relevancia durante el periodo de 2010 a 2015, cuando para la estimación de 2001-2019, la mayor contribución estaba al principio de la muestra de 2002 a 2004. En tanto, las innovaciones del factor de largo tienen contribución para los periodos de 2004-2005 y de 2012-2015, cuando para la estimación hasta 2019 la contribución era por un periodo más extendido al principio de la muestra y en mayor proporción. Cabe mencionar que la contribución de las innovaciones de los factores *inteligibles* sobre los factores de largo y de corto, son relativamente similares en ambas estimaciones (ver Figura 10 y Figura A.5 en el Anexo 1). Las contribuciones de las innovaciones de los factores *inteligibles* sobre las tasas de interés son también muy similares en ambas estimaciones, ver Figura 12 y Figura A.6 en el Anexo 1.

Para conocer qué innovación u_i fue la que explicó el comportamiento de los factores *inteligibles* ϕ_i durante parte del periodo de la pandemia, en 2020-2021, se presenta la descomposición histórica de dichos factores. De la Figura 14 se puede observar que el factor de largo, ϕ_1 , continuó siendo explicado por sus propias innovaciones y en una proporción muy pequeña por las innovaciones del factor de curvatura. Sin embargo, el factor de corto, ϕ_2 , fue explicado principalmente por las innovaciones del factor de curvatura y hacia el final de la muestra, de mayo a diciembre de 2021, por sus propias innovaciones. Finalmente, el factor de curvatura, ϕ_3 , también fue explicado mayormente por sus propias innovaciones. No obstante, durante el periodo de mayo de 2020 a octubre de 2021, las innovaciones del factor de largo y el factor de corto también contribuyeron a explicar dicho factor, si bien este último en menor medida.

Figura 14. Descomposición Histórica de los Factores *Inteligibles* para la Estimación 2020-2021



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores para la estimación del VAR(16). Las áreas corresponden solamente a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la trayectoria del factor ϕ_i . Cabe mencionar que en la representación de la descomposición histórica graficada no se está considerando la condición inicial y la componente que corresponde al estado estacionario, que ambas en conjunto se les llama la proyección base.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

6. Conclusiones

En este trabajo se estimaron los tres factores *inteligibles* de la curva de rendimientos para México, conocidos como factor de largo, factor de corto y factor de curvatura. Se les denomina “*inteligibles*” porque cumplen con las características de ser independientes, ortogonales y sus innovaciones no están correlacionadas, de tal forma que se les puede dar una interpretación económica. Con base en el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) y usando datos de México de diciembre de 2001 a diciembre 2019, se estiman por primera vez los

factores *inteligibles* de la curva de rendimientos para México. Adicionalmente, con el fin de verificar si la pandemia de COVID-19 afectó la dinámica y los pesos de dichos factores se extendió la muestra a diciembre de 2021.

El análisis se llevó a cabo en 2 partes. En la primera, se estima la trayectoria de los factores *inteligibles* y sus respectivos pesos. Los resultados para México muestran que el modelo de factores *inteligibles* se ajusta bien a los datos observados de la ETTI. Por un lado, el factor de largo y el factor de corto efectivamente tienen su mayor peso en las tasas de más largo y de más corto plazos, respectivamente; y sus trayectorias están correlacionadas con la tasa de interés a 10 años y la tasa de fondeo bancario, respectivamente. Por otro lado, los pesos del factor de curvatura explican la dinámica de todas las tasas de interés, si bien este factor tiene una mayor influencia en las tasas de corto y mediano plazos que en las de largo plazo. Se encuentra que la trayectoria estimada del factor de curvatura, es similar con las estimaciones para México de la expectativa de la tasa de interés de corto plazo en el largo plazo en Aguilar et al. (2020). Estos resultados son consistentes con los hallazgos documentados en Lengwiler y Lenz (2010).

En la segunda parte, se estudia el impacto de un aumento en las innovaciones de un factor sobre los otros factores y sobre la ETTI. En particular, utilizando un modelo VAR se analizan las funciones de impulso-respuesta, y la descomposición histórica y de varianza, tanto para los factores *inteligibles* como para las tasas de interés. Los resultados muestran que las innovaciones del factor de corto son estadísticamente significativas, con una magnitud moderada, sobre el factor de largo. Así, los movimientos en la tasa de referencia se traspasan en cierta medida a las tasas de más largo plazo, lo cual ilustra el canal de tasas de interés de la política monetaria. Por su parte, si bien las innovaciones del factor de curvatura tienen efectos sobre las innovaciones de los factores de corto y de largo, este es más importante y persistente sobre el primero. Esto sugiere que un choque en las expectativas de la tasa de política monetaria tiene efectos importantes y persistentes sobre las tasas de interés de corto plazo, lo que refleja la importancia del canal de expectativas.

Adicionalmente, del análisis de la descomposición histórica y de varianza se estudia si los hechos estilizados para los factores *inteligibles* de las economías avanzadas que prevalecieron durante el periodo 199-2010, presentados en Lengwiler y Lenz (2014), son

similares para una economía emergente como México. Los resultados sugieren que, al igual que las economías avanzadas, la varianza del factor de largo es explicada principalmente por sus propias innovaciones y muy marginalmente por las innovaciones de los factores de corto y de curvatura. Con respecto al segundo hecho estilizado, se tienen que las innovaciones del factor de curvatura son las más importantes para explicar la varianza de las tasas de interés de 3 meses a 5 años, lo que coincide con el hecho estilizado para las economías avanzadas. A su vez, si bien también este factor es relevante para la varianza de tasas de interés a 7 y 10 años, estas son explicadas en mayor proporción por las innovaciones del factor de largo, lo que difiere del hecho estilizado de las economías avanzadas. Adicionalmente, la varianza del factor de corto es principalmente descrita por las innovaciones del factor de curvatura que tiene su mayor peso precisamente en la parte media de la curva de rendimientos, al igual que las economías avanzadas.

Cabe mencionar que estos hechos estilizados pudieron haberse modificado para las economías avanzadas porque el comportamiento de su ETTI sufrió cambios importantes después de la crisis financiera de 2008-2009. Entre estos cambios están el límite inferior de cero que alcanzaron las tasas de corto plazo, así como las políticas no convencionales que afectaron a las tasas de más largo plazo, entre otros. Por otra parte, en México se presentaron cambios importantes que mejoraron sus fundamentales, como por ejemplo, la adopción de un tipo de cambio flexible a mediados de los 90s, la adopción de un esquema de objetivos de inflación en los años 2000, la implementación de la ley de responsabilidad fiscal y la reforma al sistema de pensiones en 2006, así como la entrada de México al Índice Bonos del Gobierno de Citigroup (WGBI, por sus siglas en inglés) en 2010 que se usa como referencia para comprar deuda de largo plazo bien calificada. Todo lo anterior contribuyó también al crecimiento de la entrada de capitales sobre todo en los mercados de renta fija, lo que ha ayudado a tener mercados financieros más profundos y líquidos. Esto pudo haber contribuido a que los hechos estilizados que se observaron en las economías avanzadas durante 1999-2010, también se observaron en un país emergente como es México durante el periodo de estudio.

Finalmente, en la estimación con la muestra extendida a diciembre de 2021, que incluye parte de la pandemia de COVID-19, se encuentra que si bien los pesos del factor de largo disminuyeron en todo el espectro de la curva y aquellos del factor de curvatura se

incrementaron al igual en toda la curva de rendimientos, en conjunto se compensaron para que los resultados antes mencionados se conservaran. Así, los resultados encontrados son robustos a ambas muestras, lo cual sugiere que el efecto de la pandemia sobre las tasas de interés fue capturado por el peso del factor de largo y el del factor de curvatura.

El análisis de los factores *inteligibles* es otra forma de abordar y entender qué afecta a la estructura temporal de las tasas de interés, como ya se había hecho considerando los modelos afines estándares con factores observables o latentes, así como el modelo de Nelson-Siegel. Hacia adelante, sería relevante modelar los factores *inteligibles* incluyendo variables macroeconómicas, tales como la actividad económica, el tipo de cambio, la inflación, etc., como se ha hecho en Ang y Piazzesi (2003) y en Diebold et al. (2006). Esto, con el fin de analizar la relación de la curva de rendimientos con las variables macroeconómicas y, en particular, estudiar si el factor de curvatura es útil para anticipar la actividad económica, como se ha encontrado para economías avanzadas en Estrella y Hardouvelis (1991). Adicionalmente, también sería interesante investigar el comportamiento de la curva de rendimientos y de los factores *inteligibles* al incluir información sobre variables externas relevantes para economías emergentes, como son las tasas de interés internacionales. Adicionalmente, desde otro enfoque, se podría analizar qué variables macro explican a los factores *inteligibles* o bien cómo estas variables afectaron el cambio en los pesos de los factores de largo y de curvatura. Estos nuevos aspectos permitirán extender el análisis de los factores *inteligibles* en trabajo futuro para una mejor comprensión de la ETTI y de la curva de rendimientos de México y de las economías emergentes.

Referencias

- [1] Abbritti M., S. Dell’Erba, A. Moreno y S. Sola. (2018), “Global Factors in the Term Structure of Interest Rates”, *International Journal of Central Banking*, Vol. 14, Núm. 2, pp. 331-339.
- [2] Adrian T., R. Crump y E. Moench. (2013). “Pricing the Term Structure with Linear Regressions”, *Journal of Financial Economics*, Vol. 110, pp. 110-138.
- [3] Adrian T. y H. Wu, (2010). “The Term Structure of Inflation Expectations”, Federal Reserve Bank of New York Staff Reports No. 362.
- [4] Aguilar A., M. Diego-Fernández, R. Elizondo y J. Roldan. (2020). “Term Premium Dynamics and its Determinants: The Mexican Case”, Documento de Trabajo No. 2020-18, Banco de México.
- [5] Aguilar A., R. Elizondo y J. Roldan. (2016). “Descomposición de la Compensación por Inflación y Riesgo Inflacionario en México”, Documento de Trabajo Núm. 2016-22, Banco de México.
- [6] Ang A. y M. Piazzesi. (2003). “A no-arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables”, *Journal Monetary Economic*, Núm. 50, pp. 745-787.
- [7] Bauer M., G. Rudebusch y J. Wu. (2014). “Term Premia and Inflation Uncertainty: Empirical Evidence from an International Panel Dataset: Comment”, *American Economic Review*, Vol. 104, Núm. 1, pp. 323-337.
- [8] Benson D. (2014). “More on U.S. Treasury Term Premia: Spot and Expected Measures”, Staff Report Núm. 658, FED of New York.
- [9] Bernanke B. (2015). “Why Are Interest Rates So Low, Part 4: Term Premiums”, Ben Bernanke’s Blog <https://www.brookings.edu/blog/ben-bernanke/2015/04/13/why-are-interest-rates-so-low-part-4-term-premiums/>
- [10] BIS. (2017). “Term Premia: Concepts, Models and Estimates”, Box II A, 87th Annual Report, April 2016-March 2017.
- [11] Blake A., G. Rule y J. Rummel. (2015). “Inflation Targeting and Term Premia Estimates for Latin American”, *Latin American Economic Review*, Vol. 24, Núm.3, pp. 1-21.

- [12] Carrillo J., R. Elizondo, C. Rodríguez-Pérez y J. Roldán-Peña. (2018). “What Determines the Neutral Rate of Interest in an Emerging Economy?”, Documento de Trabajo No. 2018-22, Banco de México.
- [13] Ceballos L., A. Naudon y D. Romero. (2014). “Nominal Term Structure and Term Premia Evidence from Chile”, MPRA Paper Núm. 60911.
- [14] Christensen J. H, Diebold F. X y G. D. Rudebusch. (2007). “The Affine Arbitrage-Free Class of Nelson-Siegel Term Structure Models,” Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper Series No. 2007-20.
- [15] Claro S. y C. Moreno. (2015). “Long-term Rates and the Term Premium: Evidence from Chile”, Documento de Trabajo Núm. 83, BIS.
- [16] Cortes J. y M. Ramos-Francia. (2008a). “Un Modelo Afín de la Estructura Temporal de Tasas de Interés en México”, Documento de Trabajo Núm. 2008-09, Banco de México.
- [17] Cortes J. y M. Ramos-Francia. (2008b). “Un Modelo Macroeconómico de la Estructura Temporal de Tasas de Interés en México”, Documento de Trabajo Núm. 2008-10, Banco de México.
- [18] Cortes J., M. Ramos-Francia y A. Torres. (2008). “Un Análisis Empírico de la Estructura Temporal de Tasas de Interés en México”, Documento de Trabajo Núm. 2008-07, Banco de México.
- [19] Cox J. C., Ingersoll J. y S. Ross. (1985). “A Theory of the Term Structure of Interest Rates,” *Econometrica*, Vol. 53, pp. 385-407.
- [20] Dai Q. y T. Phillipon. (2005). “Fiscal Policy and the Term Structure of Interest Rates”, Documento de Trabajo Núm. 11574, NBER Working Papers Series.
- [21] Dai Q. y K. Singleton. (2000). “Specification Analysis of Affine Term Structure Models,” *Journal of Finance*, Vol. 55, pp. 1943-1978.
- [22] De Pooter M., Ravazzolo F. y D. van Dijk. (2010). “Term Structure Forecasting Using Macro Factors and Forecast Combination,” Board of Governors of the Federal Reserve System, International Finance Discussion Papers No. 993.
- [23] Diebold F. X. y C. Li (2006). “Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields,” *Journal of Econometrics*, Vol. 130, pp. 337-364.

- [24] Diebold, F. X., G. D. Rudebusch y S. B. Aruoba. (2006). The Macroeconomy and the Yield Curve: A Dynamic Latent Factor Approach, *Journal of Econometrics*, Vol. 131, Nol 1-2, pp. 309-338.
- [25] Dewachter H. y M. Lyrio. (2006). “Macro Factors and the Term Structure of Interest Rates”, *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 38, Núm. 1 pp. 119-140.
- [26] Duffie D. y R Kan. (1996). “A Yield-Factor Model of Interest Rates”, *Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statistics and Financial Economics*, Vol. 6, Núm. 4, pp. 379-406.
- [27] Elizondo R. (2017). “Pronósticos de la Estructura Temporal de las Tasas de Interés en México con Base en un Modelo Afín”, *Estudios Económicos*, El Colegio de México, Centro de Estudios Económicos, Vol. 32, Núm.2, pp. 213-253. ´
- [28] Estrella, A., y G. A. Hardouvelis. (1991). The Term Structure as a Predictor of Real Economic Activity, *The Journal of Finance*, Vol. 46, No. 2, pp. 555-576.
- [29] Fair R. (2008). “Estimating Term Structure Equations Using Macroeconomic Variables”, Yale University: Cowles Foundation Discussion Paper Núm. 634, Economic Department Documento de Trabajo Núm. 32, ICF Working Paper Núm. 07-19, Núm. 4, pp. 680-692.
- [30] Favero C. A., Niu L. y L. Sala. (2007). “Term Structure Forecasting: No-Arbitrage Restrictions vs. Large Information Set,” CEPR, International Macroeconomics Discussion Paper Series No. 6206.
- [31] Gimeno R. y J. Marques, (2009). “Extraction of Financial Market Expectations about Inflation and Interest Rates from Market”, Banco de España, Documento de Trabajo No. 0906.
- [32] Hördahl P. y O. Tristani, (2007). “Inflation Risk Premia in the Term Structure of Interest Rates”, Documento de Trabajo No. 734, European Central Bank.
- [33] Kim D. y A. Orphanides. (2007). “The Bond Market Term Premium: What Is It, and How Can We Measure it?”, *BIS Quarterly Review*, June 2007.
- [34] Kim D. y J. Wright. (2005). “An Arbitrage-Free Three-Factor Term Structure Model and the Recent Behavior of Long-Term Yields and Distant Horizon Forward Rates”,

- Finance and Economics Discussion Series No. 2005-33, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington, DC.
- [35] Lelo de Larrea A. (2020). “Comparación de Pronósticos de la Estructura Temporal de Tasas de Interés de México para distintas Especificaciones del Modelo Afín”, Documento de Trabajo Núm. 2020-01, Banco de México.
- [36] Lengwiler Y. y C. Lenz. (2010). “Intelligible factor for the yield curve”, *Journal of Econometrics*, Vol. 157, Núm. 2, pp. 481-491
- [37] Lengwiler Y. y C. Lenz. (2014). “The intelligible factor model: international comparison and stylized facts”, Capítulo 8, *Development in Macro-Finance Yield Curve Modeling*, editado por Jagjit S. Chadha, National Institute of Economic and Social Research, London, Alain C. J. Durré, European Central Bank, Frankfurt, Michael A. S. Joyce, Bank of England, Lucio Sarno, City University London, Cambridge University Press.
- [38] Li C., A. Meldrum y M. Rodriguez. (2017). “Robustness of Long-Maturity Term Premium Estimates”, Federal Reserve Notes.
- [39] Melo L. y V. Granados, (2010). “Expectativas y Prima por Riesgo Inflacionario bajo una Medida de Compensación a la inflación”, Banco de la República (Colombia), Borradores de Economía No. 589.
- [40] Mönch E. (2005). “Forecasting the Yield Curve in a Data-Rich Environment: A No-Arbitrage Factor-Augmented VAR Approach,” Working Paper Series No. 544, European Central Bank.
- [41] Nava E. (2019). “The Efficient Yield Curve and Macroeconomic Factors: Evidence from Brazil”, Enviado a ANPECSUL.
- [42] Nelson C. y A. Siegel. (1987). “Parsimonious Modeling of Yield Curve,” *Journal of Business*, Vol. 60, pp. 473-489.
- [43] Ravenna F. y J. Seppälä. (2007), “Monetary Policy, Expected Inflation and Inflation Risk Premia”, Bank of Finland Research, Discussion Papers No.18.
- [44] Rudebusch, G., B. Sack y E. Swanson. (2007). “Macroeconomic Implications of Changes in the Term Premium”, Federal Reserve Bank of St. Louis Review, Vol. 89, Núm. 4, pp. 241-70.

- [45] Shareef H. y S, Shijin. (2017). “The Term Structure of Interest Rates and Macroeconomic Factors: Evidence from Indian Financial Market”, *Borsa Istanbul Review*, Vol. 17, Núm. 4, pp. 249-256.
- [46] Sethi Rishab. (2008). “New Zealand Zero-Coupon Yield Curves: A Principal-Components Analysis”, Bank for International Settlements or the Reserve Bank of New Zealand.
- [47] Svensson L. (1995). “Estimating forward interest rates with the extended Nelson & Siegel model”, *Sveriges Riksbank Quarterly Review*, Vol. 3, pp. 13–26.
- [48] Swanson E. (2007). “What We Do and Don’t Know about the Term Premium”, Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Letter, Vol. 21.
- [49] Vargas G. (2005). “Macroeconomic Determinants of the Movement of the Yield Curve”, MPRA Paper Núm. 53117.
- [50] Vasicek O. (1977). “An Equilibrium Characterization of the Term Structure,” *Journal of Finance Economics*, Vol. 37, pp. 177-188.
- [51] Welch G. y G. Bishop, (2006). “An Introduction to the Kalman Filter”, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill.
- [52] Wu T. (2005). “Macro Factors and the Affine Term Structure of Interest Rates”, Documento de Trabajo No. 2002-06, Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper Series.
- [53] Yu W. y E. Zivot. (2011). “Forecasting the Term Structures of Treasury and Corporate Yields using Dynamic Nelson-Siegel Models,” *International Journal of Forecasting*, Vol.27, No. 2, pp. 579-591.

ANEXO 1. Gráficas y Cuadros

Cuadro A.1 Estadísticas de las Tasas de Interés para la Estimación 2001-2019

Estadística	Tasas de interés cupón cero									
	Días	Meses			Años					
	1	1	3	6	1	2	3	5	7	10
Media	6.10	6.01	6.17	6.34	6.49	6.84	7.14	7.58	7.89	8.19
Mediana	6.58	6.53	6.97	7.13	7.13	7.14	7.39	7.77	7.97	8.12
Máximo	9.89	9.82	10.09	10.22	11.13	12.20	12.50	12.21	11.75	12.36
Mínimo	2.96	2.37	2.82	2.94	2.97	3.31	3.83	4.07	4.32	4.67
Desv. Est.	1.87	1.89	1.91	1.92	1.93	1.88	1.77	1.65	1.60	1.53
Asimetría	0.00	-0.03	-0.07	-0.11	-0.10	-0.01	0.04	0.09	0.11	0.22
Curtosis	1.80	1.77	1.76	1.73	1.76	1.93	2.12	2.21	2.18	2.34
PAC $\rho(1)$	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*	0.99*
PAC $\rho(2)$	0.22*	-0.05*	-0.05*	-0.04*	-0.02*	-0.01*	-0.03*	-0.05*	-0.10*	-0.12*
PAC $\rho(30)$	0.06*	-0.02*	-0.02*	-0.02*	-0.02*	0.01*	-0.00*	-0.00*	-0.00*	-0.01*
PAC $\rho(180)$	-0.00*	-0.01*	0.02*	0.01*	0.01*	0.00*	0.01*	0.00*	0.00*	0.00*
Correlaciones										
1 día	1									
1 mes	0.99	1								
3 meses	0.99	1	1							
6 meses	0.97	0.98	0.99	1						
1 año	0.95	0.96	0.98	0.99	1					
2 años	0.90	0.91	0.94	0.97	0.99	1				
3 años	0.85	0.87	0.90	0.93	0.96	0.99	1			
5 años	0.78	0.80	0.83	0.87	0.91	0.95	0.98	1		
7 años	0.73	0.75	0.78	0.82	0.86	0.92	0.96	0.99	1	
10 años	0.68	0.70	0.74	0.78	0.81	0.88	0.92	0.97	0.99	1

Nota: Las estadísticas corresponden a la muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. El * significa que los coeficientes de la autocorrelación parcial (PAC) son distintos de cero, entre paréntesis (.) aparece el rezago correspondiente.

Cuadro A.2 Pruebas de Raíces Unitarias para la Estimación 2001-2019

Series: 1, 3, y 6 meses; 1, 2, 3, 5, 7 y 10 años; Muestra: 1 diciembre 2001 a 31 de diciembre 2019

Variables Exógenas: Efectos individuales

Selección Automática de la Banda de Newey-West y Kernel de Bartlett

Selección automática de rezagos	Criterio de Información Schwarz: 1 a 29				Criterio de Información Akaike: 1 a 33			
	Método	Estadístico	Prob.**	Secciones cruzadas	Obs.	Estadístico	Prob.**	Secciones cruzadas
Hipótesis Nula: Raíz unitaria (proceso de raíz unitaria común)								
Levin, Lin & Chu t*	-2.72	0.00	10	57431	-2.1809	0.0145	10	57358
Hipótesis Nula: Raíz unitaria (proceso de raíz unitaria individual)								
Im, Pesaran y Shin W-estat	-2.74	0.00	10	57431	-2.4015	0.0082	10	57358
ADF- Fisher Chi-cuadrada	36.30	0.01	10	57431	32.6588	0.0368	10	57358
PP- Fisher Chi-cuadrada	39.41	0.01	10	57480	39.4054	0.0059	10	57480

** Probabilidades para la prueba de Fisher son calculadas usando una distribución asintótica Chi-cuadrada. Las otras pruebas suponen normalidad asintótica.

Cuadro A.3 Estadísticos de Prueba Utilizando Diferentes Criterios para la Selección de Rezagos en la Estimación del VAR(p) para la Estimación 2001-2019

Rezagos	Verosimilitud	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-23732.12		0.815078	8.31	8.31	8.31
1	20218.62	87839.92	1.70E-07	-7.07	-7.06	-7.07
2	20484.9	531.91	1.55E-07	-7.16	-7.14	-7.16
3	20524.2	78.47	1.54E-07	-7.17	-7.14	-7.16
4	20563.82	79.05	1.52E-07	-7.19	-7.14	-7.17
5	20606.23	84.59	1.50E-07	-7.20	-7.14*	-7.18*
6	20622.62	32.65	1.50E-07	-7.20	-7.13	-7.18
7	20634.12	22.93	1.50E-07	-7.20	-7.12	-7.17
8	20656.72	44.99	1.49E-07	-7.21	-7.12	-7.17
9	20662.19	10.90	1.49E-07	-7.20	-7.11	-7.17
10	20673.59	22.68	1.49E-07	-7.20	-7.10	-7.17
11	20687.42	27.48	1.49E-07	-7.21	-7.09	-7.17
12	20693.13	11.35	1.49E-07	-7.21	-7.08	-7.16
13	20700.7	15.03	1.49E-07	-7.20	-7.07	-7.16
14	20708.88	16.24	1.49E-07	-7.20	-7.05	-7.15
15	20734.96	51.73	1.48E-07	-7.21	-7.05	-7.15
16	20753.01	35.79	1.48e-07*	-7.21*	-7.04	-7.15
...
36	20924.79	46.13*	1.48E-07	-7.21	-6.83	-7.08

* Indica el orden del rezago seleccionado por el criterio respectivo al nivel de 5% de significancia.

LR: Estadístico de prueba LR modificado secuencial; FPE: Error de predicción final

AIC: Criterio de información de Akaike; SC: Criterio de información de Schwarz;

HQ: Criterio de información de Hannan-Quinn.

Cuadro A.4 Correlación entre las Innovaciones del VAR(5) y VAR(16) para la Estimación 2001-2019

	5 rezagos			16 rezagos		
	u_1	u_2	u_3	u_1	u_2	u_3
u_1	1	0.07	-0.08	1	0.07	-0.09
u_2	0.07	1	-0.06	0.07	1	-0.06
u_3	-0.08	-0.06	1	-0.09	-0.06	1

Las primeras tres u_i corresponden a las innovaciones de los factores *inteligibles* de la estimación del VAR(5), mientras que las últimas tres u_i provienen de la estimación del VAR(16).

Cuadro A.5 Estadísticos de Prueba Utilizando Diferentes Criterios para la Selección de Rezagos en la Estimación del VAR(p) para la muestra 2001-2021

Rezagos	Verosimilitud	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-27854.8	NA	1.563213	8.96	8.96	8.96
1	21603.16	98852.30	1.93E-07	-6.94	-6.93	-6.94
2	21853.66	500.43	1.79E-07	-7.02	-7.00*	-7.01
3	21882.84	58.27	1.78E-07	-7.03	-7.00	-7.02
4	21930.71	95.54	1.76E-07	-7.04	-7.00	-7.03
5	21950.2	38.89	1.75E-07	-7.04	-6.99	-7.03
6	21970.77	41.01	1.74E-07	-7.05	-6.99	-7.03
7	21988.25	34.83	1.74E-07	-7.05	-6.98	-7.03
8	22010.72	44.75	1.73E-07	-7.06	-6.97	-7.03*
9	22023.32	25.08	1.73E-07	-7.06	-6.97	-7.03
10	22030.27	13.85	1.73E-07	-7.06	-6.96	-7.02
11	22045.87	31.03	1.73E-07	-7.06	-6.95	-7.02
12	22053.79	15.74	1.73E-07	-7.06	-6.94	-7.02
13	22062.16	16.64	1.73E-07	-7.06	-6.93	-7.01
14	22071.88	19.30	1.73E-07	-7.06	-6.92	-7.01
15	22103.55	62.88	1.71E-07	-7.07	-6.92	-7.01
16	22126.95	46.42	1.71e-07*	-7.07*	-6.91	-7.01
...
36	22302.7	40.38*	1.71E-07	-7.07	-6.71	-6.95

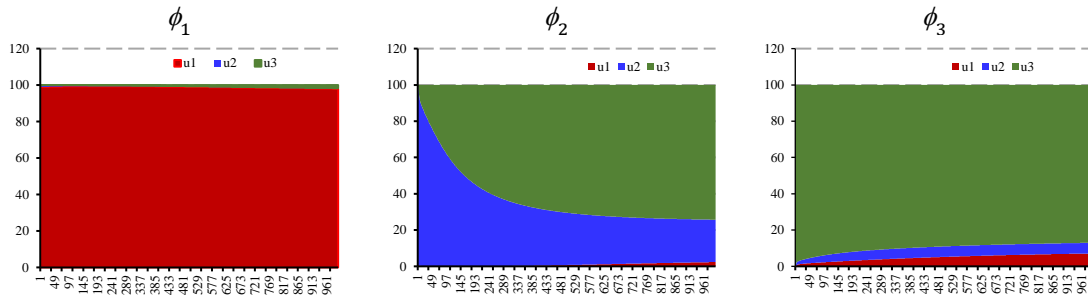
* Indica el orden del rezago seleccionado por el criterio respectivo al nivel de 5% de significancia.

LR: Estadístico de prueba LR modificado secuencial; FPE: Error de predicción final

AIC: Criterio de información de Akaike; SC: Criterio de información de Schwarz;

HQ: Criterio de información de Hannan-Quinn.

Figura A.1 Descomposición de Varianza del VAR(5) para la Estimación 2001-2019

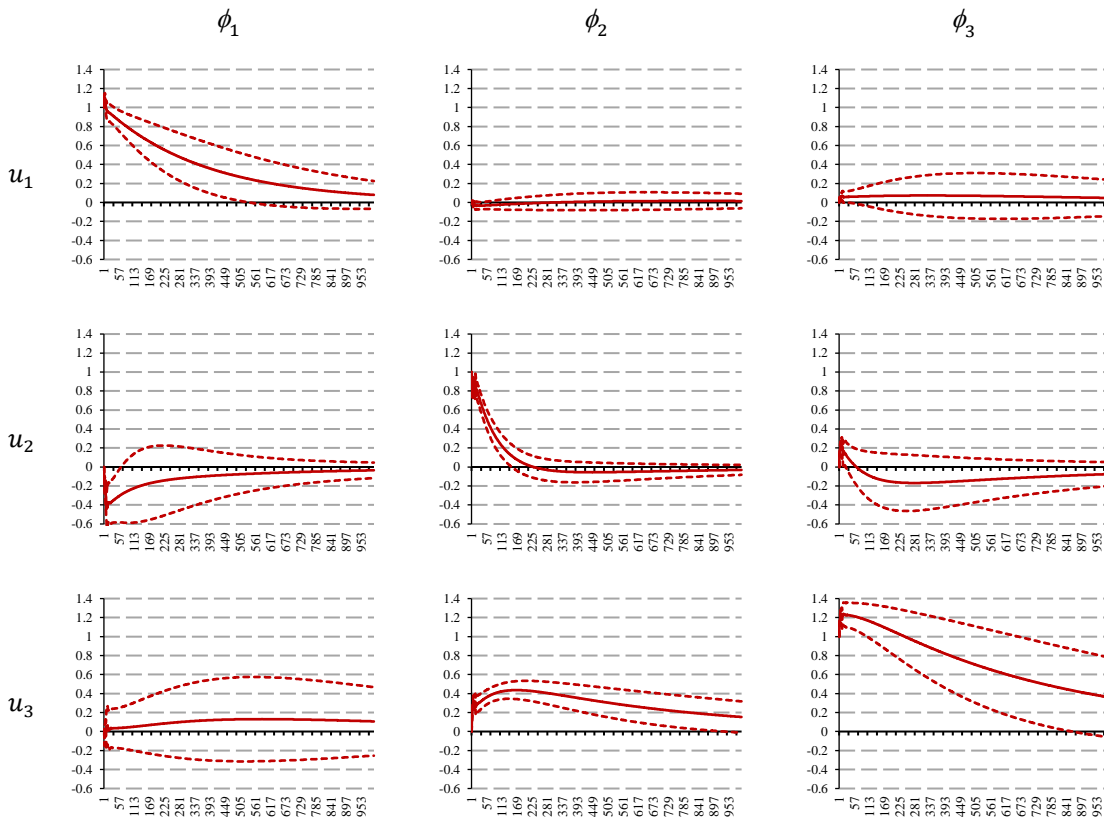


Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores para la estimación del VAR(5). Las áreas corresponden a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la varianza del factor ϕ_i .

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura A.2. Funciones de Impulso-Respuesta de las Innovaciones de Cada Factor del VAR(16) para la Estimación 2001-2021

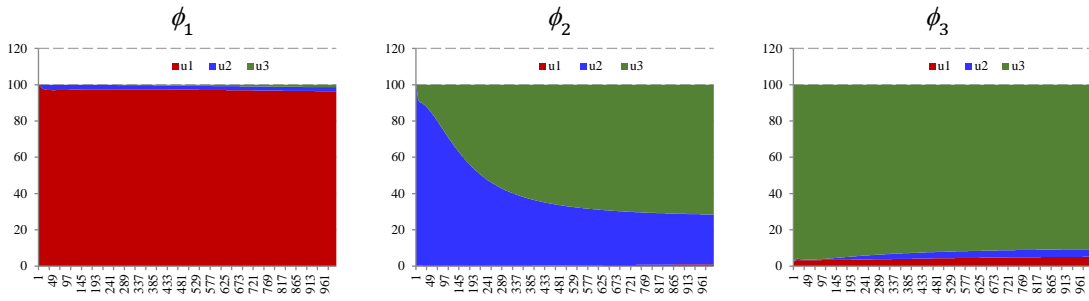
Respuestas de los factores (ϕ_i) a las innovaciones (u_i) a un choque de una unidad



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las ϕ_i representan los factores y las u_i representan sus innovaciones, para la estimación del VAR(16). Las columnas son la contribución que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre el factor ϕ_i . Mientras que los renglones son la contribución que tienen las innovaciones u_i sobre cada factor ϕ_i . El choque dado a cada una de las innovaciones es de una unidad al impacto del choque. El eje x corresponde a los periodos del choque y se consideraron 1000 periodos, para permitir que las respuestas converjan, esto debido a que los datos son en frecuencia diaria.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

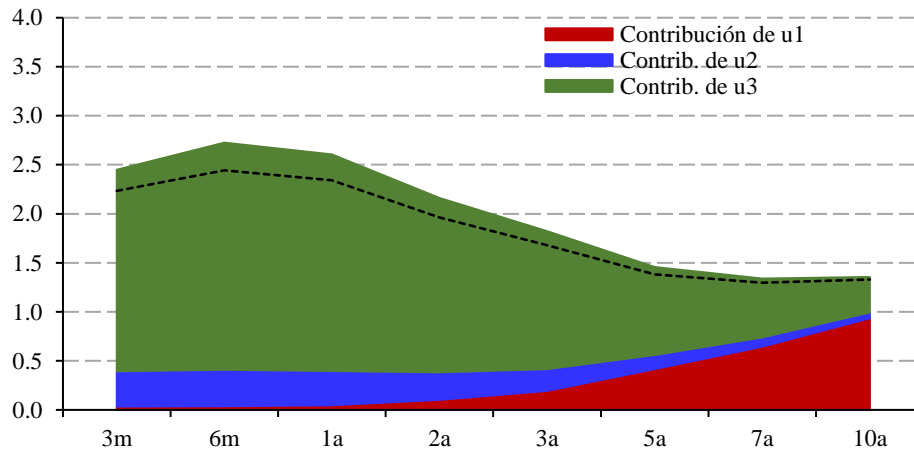
Figura A.3. Descomposición de Varianza de los Factores *Inteligibles* para la Estimación 2001-2021



Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores para la estimación del VAR(16). Las áreas corresponden a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la varianza del factor ϕ_i .

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

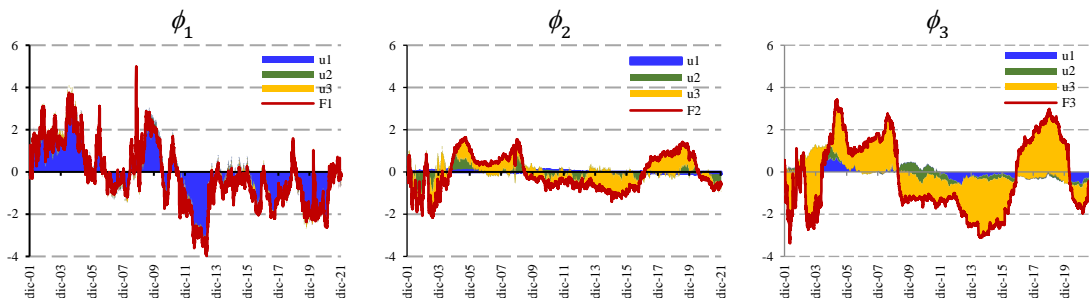
Figura A.4. Descomposición de Varianza con Respecto a las Tasas de Interés para la Estimación 2001-2021



Nota: Las u_i corresponden a las innovaciones de los factores *inteligibles* de la estimación del VAR(16) para la muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. En el eje x están los vencimientos de las tasas de interés. Las áreas son las contribuciones que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la varianza de las tasas de interés.

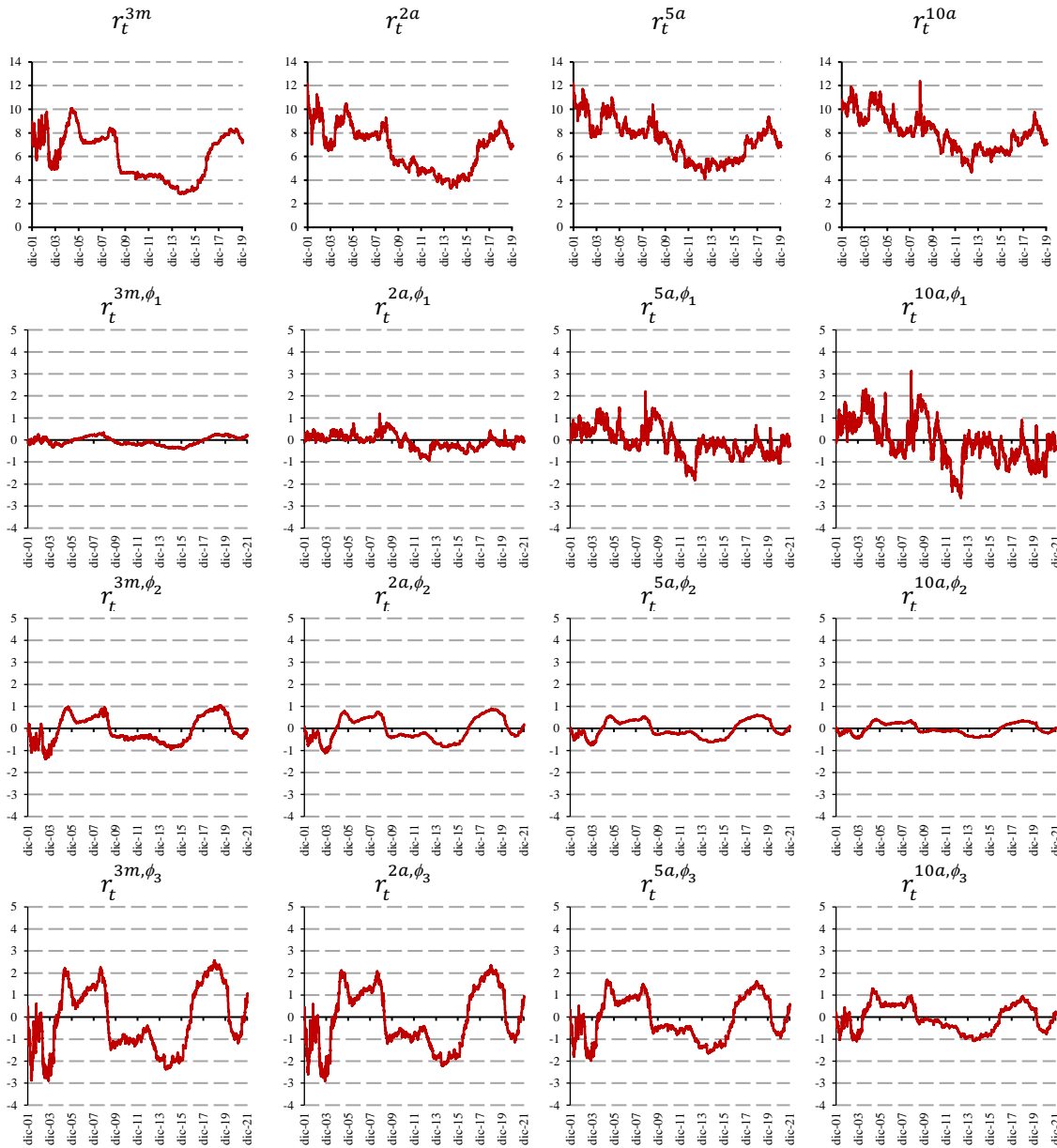
Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura A.5. Descomposición Histórica de los Factores *Inteligibles* para la Estimación 2001-2021



Nota: Los factores *inteligibles* ϕ_i se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las u_i son las innovaciones de dichos factores para la estimación del VAR(16). Las áreas corresponden a la contribución en por ciento que tiene cada una de las innovaciones de u_i sobre la trayectoria del factor ϕ_i . La descomposición histórica no considera a la proyección base, es decir, a la condición inicial y la componente del estado estacionario. Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura A.6. Contribución de las Innovaciones de los Factores *Inteligibles* a las Tasas de Interés para la Estimación 2001-2021



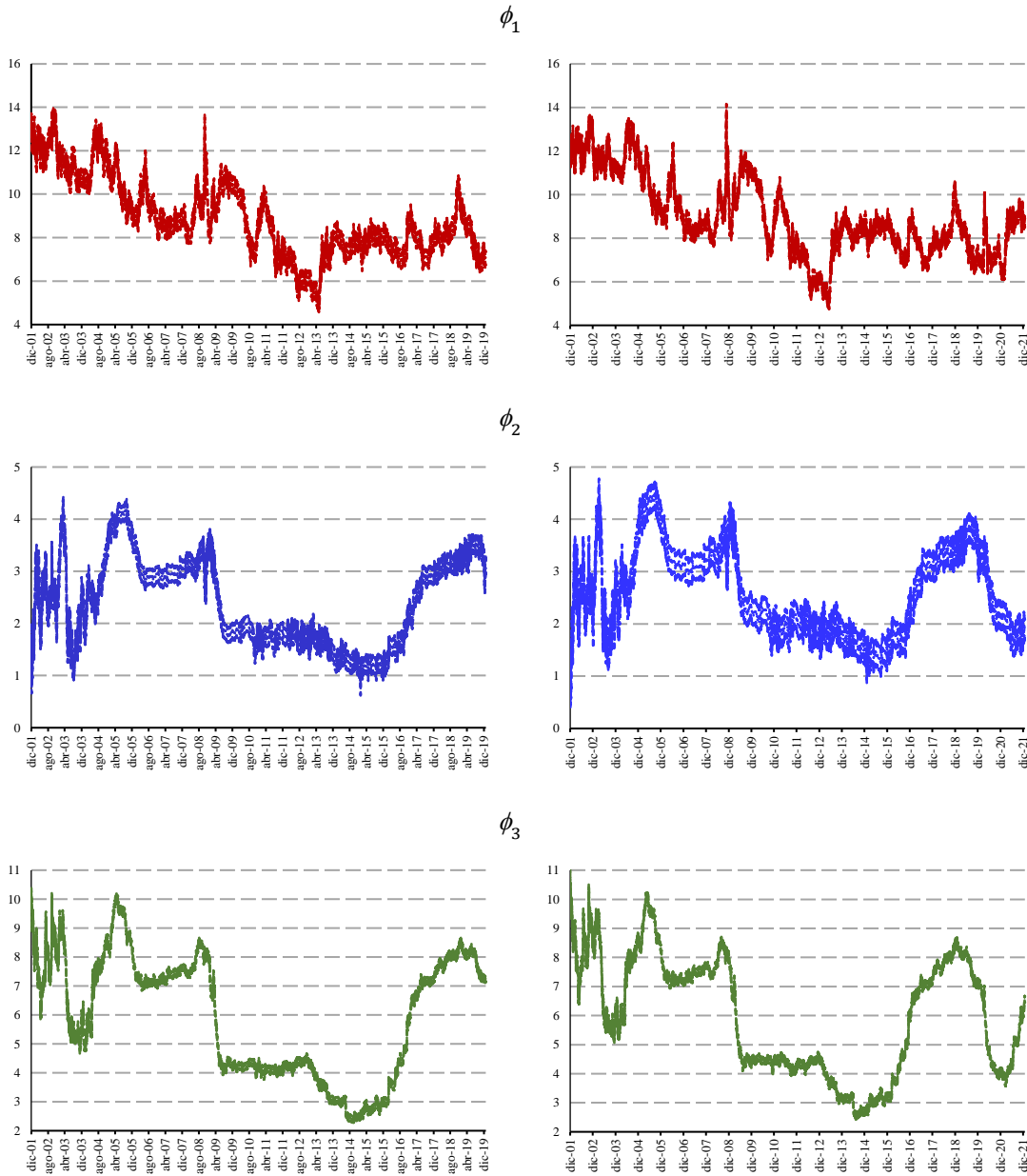
Nota: Los factores *inteligibles* se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2021. Las ϕ_i representan a dichos factores, mientras que las u_i corresponden a las innovaciones de estos factores para la estimación del VAR(16). El primer renglón corresponde a las tasas de interés de bonos cupón cero observadas. Del 2do al 4to renglón representan las contribuciones que tienen cada una de las innovaciones u_i sobre cada factor ϕ_i , y a su vez, como estos factores contribuyen a explicar la varianza de las trayectorias de las tasas de interés para los vencimientos de 3 meses, 2, 5 y 10 años.

Fuente: Estimaciones propias con datos de Valmer.

Figura A.7. Los factores *Inteligibles* y sus Bandas de Confianza

2001-2019

2001-2021



Nota: Los factores *inteligibles*, ϕ_i , se estimaron siguiendo el modelo de Lengwiler y Lenz (2010) con datos para México, con una muestra de diciembre de 2001 a diciembre de 2019. Las bandas de confianza corresponden a ± 2 desviaciones estándar, estas fueron obtenidas de la estimación de dichos factores mediante el filtro de Kalman.

Anexo 2. Descomposición de Varianza

Sea un VAR(p) de la forma

$$y_t = A_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t.$$

Reescribiendo el VAR(p) en términos compactos de un VAR(1)

$$Y_t = C + AY_{t-1} + U_t,$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_{p-1} & A_p \\ I_k & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & I_k & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I_k & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U_t = \begin{bmatrix} u_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Donde y_t , A_0 y u_t son vectores columna, A es una matriz de dimensión $kp \times kp$, mientras que Y , C y U_t son vectores columna de dimensión kp .

El error cuadrático medio del pronóstico h -pasos hacia delante de la variable j está dado por:

$$ECM(y_{j,t}(h)) = \sum_{i=0}^{h-1} \sum_{l=1}^k (e_j' \Psi_i e_l)^2 = \left(\sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i \Psi_i' \right)_{jj} = \left(\sum_{i=0}^{h-1} \Phi_i \Sigma_u \Phi_i' \right)_{jj},$$

Con e_j la j -ésima columna de la matriz identidad I_k y el subíndice jj se refiere al elemento particular de la matriz. $\Psi_i = \Phi_i P$, donde P es la matriz triangular inferior obtenida por la descomposición de Cholesky de Σ_u , quien es la matriz de covarianza de los errores u_t , y satisface $\Sigma_u = PP'$. Finalmente, $\Phi_i = JA_i J'$, donde $J = [I_k \ 0 \ \dots \ 0]$ es una matriz de dimensión $k \times kp$.

Así, la proporción de varianza del error de pronóstico de la variable j explicada por los choques exógenos a la variable l está dada por $pv_{jl,h}$, tal que:

$$pv_{jl,h} = \frac{\sum_{i=0}^{h-1} (e_j' \Psi_i e_l)^2}{ECM[y_{j,t}(h)]}.$$

Anexo 3. Descomposición Histórica y Descomposición de Varianza de las Tasas de Interés

Para evaluar la contribución de las innovaciones de los factores a *inteligibles* sobre la varianza de las tasas de interés a diferentes plazos, se puede ampliar el enfoque estándar del análisis de un VAR. Para ello, partiendo del VAR(p) estructural dado por la ecuación (5), se considera la representación estructural en medias móviles (conocidas como *vector moving-average*, VMA por sus siglas en ingles), descrito como:

$$\phi_t = \bar{C} + C_0 u_t + C_0 u_{t-1} + C_0 u_{t-2} + \dots$$

Truncando la suma infinita del VMA a una suma finita (pero larga), permite aproximar los factores ϕ_t en términos de las innovaciones estructurales actuales y rezagadas. En particular, se puede descomponer cada factor en con respecto a sus contribuciones históricas de las innovaciones individuales. Se define

$$\phi_t^i = C_0^i u_t^i + C_1^i u_{t-1}^i + C_2^i u_{t-2}^i + \dots + C_s^i u_{t-s}^i,$$

donde C_s^i denota la i-ésima columna de C_s y u_t^i las innovaciones del factor i. La descomposición de los factores dentro de las contribuciones de cada una de las innovaciones está dada por:

$$\phi_t = \bar{C} + \phi_t^1 + \phi_t^2 + \phi_t^3.$$

Así, la contribución de los factores en la curva de rendimientos se escribe de la siguiente forma:

$$r_t = k\phi_t = k\bar{C} + k\phi_t^1 + k\phi_t^2 + k\phi_t^3 + \epsilon_t.$$

Observe que los primeros cuatro componentes del lado derecho son aproximadamente no correlacionados, porque la ortogonalidad de las innovaciones de los factores se mantiene para las ϕ_t^i con un número de s suficientemente grande de rezagos dentro de la representación de media móviles.

Definiendo $r_t^i = k\phi_t^i$ conduce a la descomposición de varianza de la curva de rendimientos, dada por:

$$var(r_t) = va(r_t^1) + var(r_t^2) + var(r_t^3) + error,$$

donde el error se espera pequeño.